



İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ

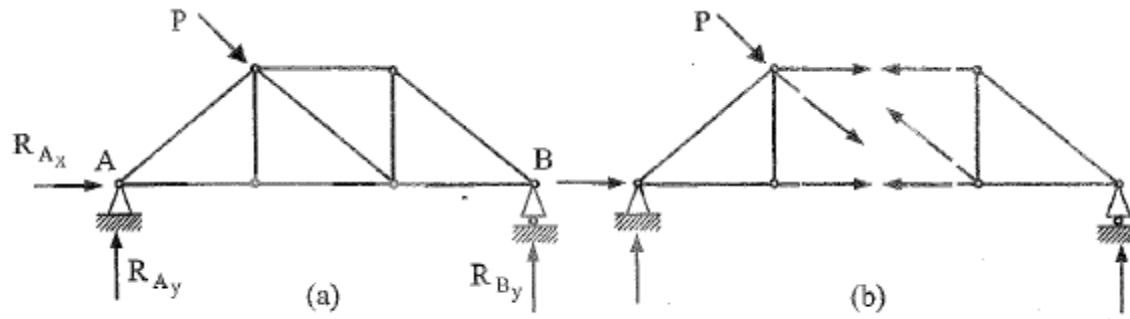
İnşaat Mühendisliği Bölümü

Yapı Statik I

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.1 Serbest Cisimler

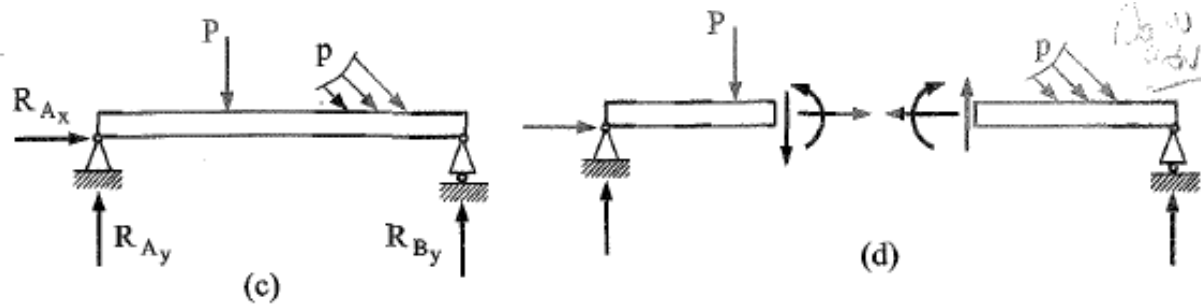
Serbest cisim kavramı, statik ve şekil değiştirebilir cisimler mekaniğini de kapsamakta olup, burada diğer yönü ile gözden geçirilecektir. Serbest cisim, tüm dış kuvvetlerin etkisi altındaki sistemin tamamı veya bir parçasıdır. Burada kuvvet (etki olarak da alınır) momentleri ve kuvvetleri içerecek şekilde genel anlamda kullanılmıştır.



Şekil 2.1 Serbest cisimler

Şekil 2.1'de statikte kullanılan iki tip sistem gösterilmiştir. Şekil 2.1(a)'da tüm dış yükler etkisi altındaki kafes sistem görülmektedir. Bu sistem tüm olarak bir serbest cisimdir. Burada bütün çubuk kuvvetleri serbest cismin iç kuvvetleridir. Bu nedenle hesaplarda gözükmez. Şekil 2.1(b)'de görülen ve aynı kafes kirişin kesilen çubuklardaki iç kuvvetleri de dış kuvvet olarak düşünülen her iki kısımda ayrı ayrı birer serbest cisimdir. Serbest cisim her zaman burada istenilen kuvvetleri dış kuvvet olarak gösterecek şekilde seçilmelidir. Şekil 2.1(a)'daki serbest cismin dengesinden mesnet tepkileri ve Şekil 2.1(b)'deki serbest cisimlerin dengesinden de kafes kirişin kesilen çubuklarındaki çubuk kuvvetleri hesaplanır.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

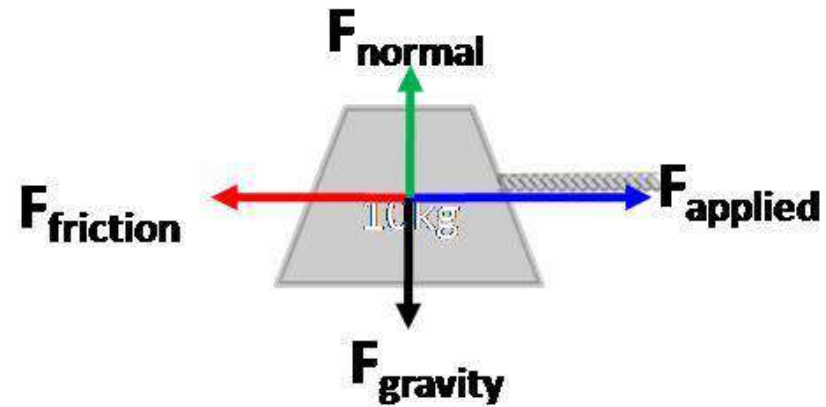
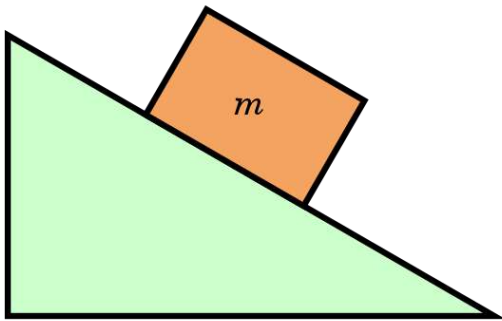


Şekil 2.1 Serbest cisimler

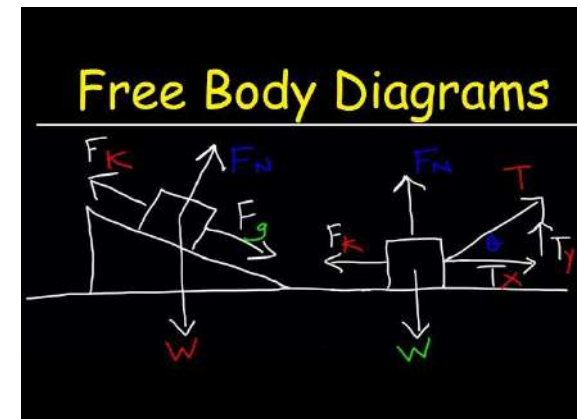
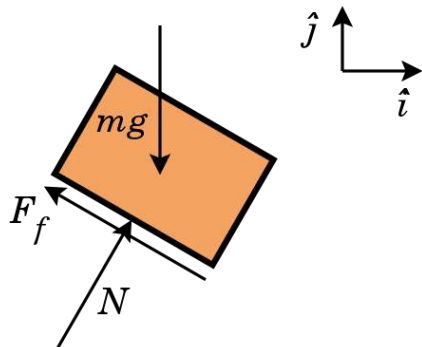
Şekil 2.1(c)'deki sistem, üzerindeki dış kuvvetler ve mesnet tepkileri etkisi altında olan bir serbest cisimdir. Bu serbest cismin dengesinden mesnet tepkileri hesaplanır. Şekil 2.1(d)'de kesilerek uçlarındaki iç kuvvetleri ile de gösterilen her iki kısımda, yine dış kuvvetler, mesnet tepkileri ve kesilen kısımdaki iç kuvvetlerin etkisi altındaki birer serbest cisimdir. Bu serbest cisimlerin denge şartlarından da iç kuvvetler hesaplanır. Keza bir taşıyıcı elemanın iki kesitinden kesilerek çıkarılan kısım da, üzerindeki dış kuvvetler ve iki ucundaki iç kuvvetlerin etkisi altında olan bir serbest cisim olarak düşünülür. Serbest cisimlerin denge şartları 2.3 Paragrafında açıklanacaktır.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

A block on a ramp



Free body diagram
of just the block



2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.2 Kuvvetler

Sistemleri etkileyen kuvvetler genel olarak üç değişik tipte göz önüne alınabilir. Bunlar doğrudan sisteme etkiyen yükler, mesnet tepkileri ve iç kuvvetlerdir (kesit tesirleridir). Bu kuvvetler aşağıda kısaca açıklanmıştır.

2.2.1 Yükler

Sisteme uygulanan yükler 1.3 Paragrafında detaylı olarak verilmiştir.

2.2.2 Mesnet tepkileri (Reaksiyonlar)

Mesnet tepkileri sistemin mesnetlerinde oluşan kuvvetlerdir. Bunlar genellikle başlangıçta bilinmeyen değerlerdir. Sistemlerde iç kuvvetler hesaplanmadan önce mesnet tepkilerinin hesaplanması gerekir. 1.4.2.1 Paragrafında mesnet tipleri ve mesnette bulunan tepkiler gösterilmiştir. İleride 3.3.1 Paragrafında da izostatik sistemlerde mesnet tepkilerinin hesap yöntemleri anlatılmıştır.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.2.3 İç Kuvvetler (Kesit tesirleri)

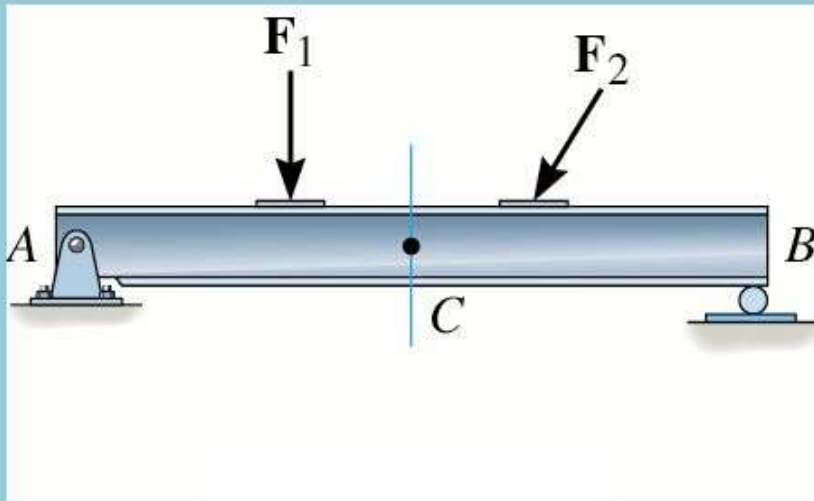
2.2.3.1 Düzlem çubuklarda kesit tesirleri

Bir cisim üzerine etkiyen kuvvet, yalnız doğrudan doğruya cisimdeki uygulama noktasına değil, cismin diğer noktalarına da tesir eder. Cismin kuvveti uygulandığı noktadaki molekülü, kuvvete uyarak hareket etmez. Çünkü cismin diğer molekülleri böyle bir harekete engel olur. O halde cismin uygulandığı kısımdaki molekülleri yalnız bu uygulanan kuvvetlerin değil, aynı zamanda diğer moleküller tarafından uygulanan iç kuvvetlerin de tesiri altında bulunur. İç kuvvetler etki - tepki (aksiyon-reaksiyon) prensibinin bir sonucu olarak molekülden moleküle geçerler ve cismin tabi olduğu hareket ve denge şartlarına, malzemenin fiziki özelliklerine uygun olarak cismin içine dağılırlar.

İç kuvvetler, birim yüzeye etkiyen değerleri ile belirlenir. Bu değerlere gerilme denir. Gerilme bileşkelerine de kesit tesiri denir.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

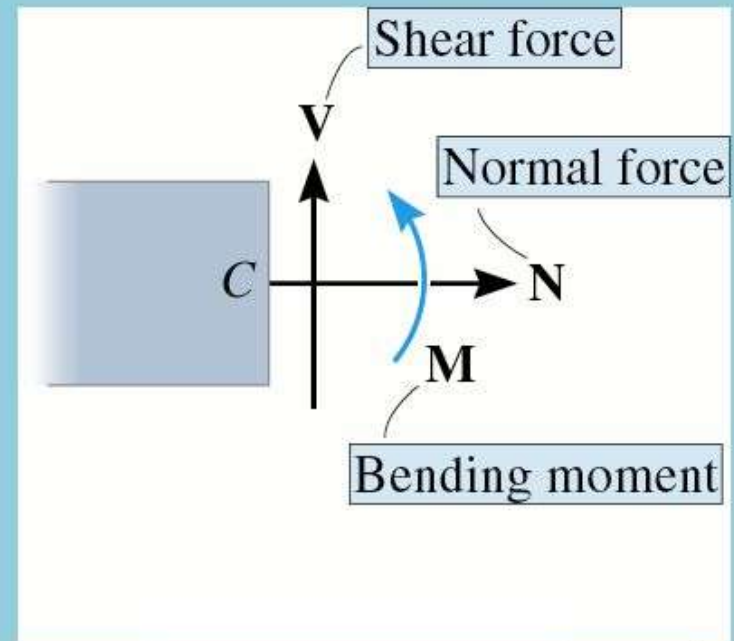
TAŞIYICI SİSTEMLER VE İÇ KUVVETLER



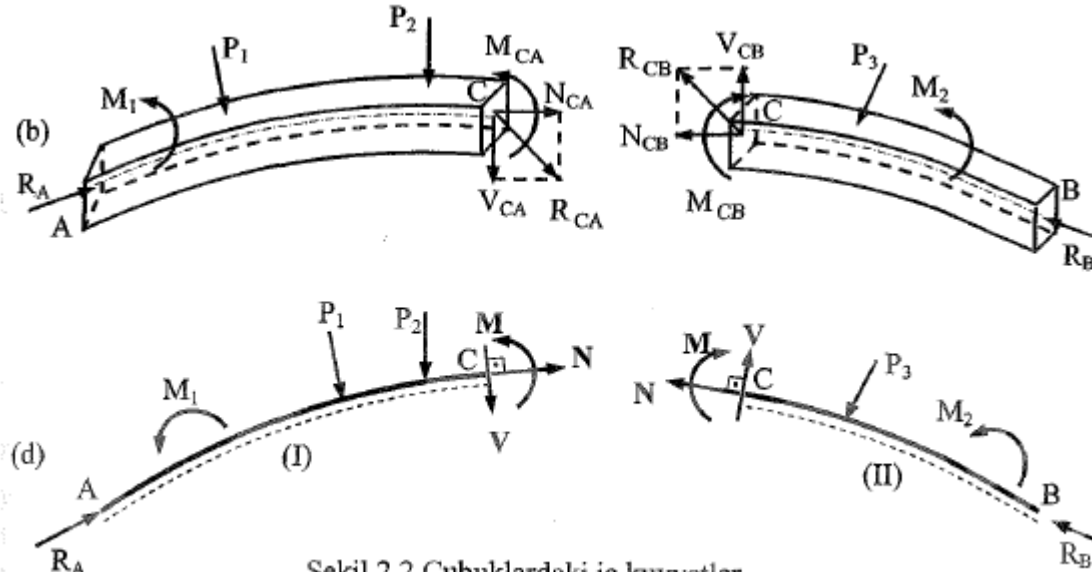
Normal Kuvvet (N)

Kesme kuvveti (V)

Eğilme momenti (M)



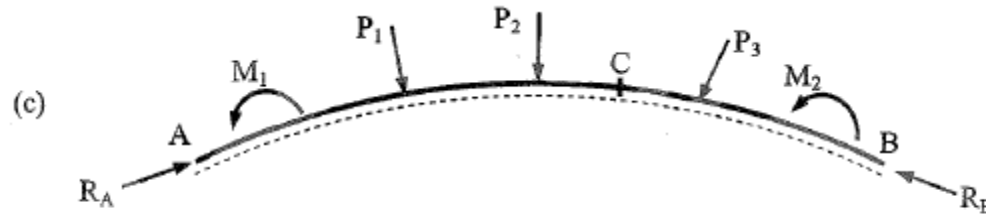
2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



Şekil 2.2 Çubuklardaki iç kuvvetler

Burada R ve M kuvvetlerinin dik kesit eksenini üzerindeki ve kesit düzlemi içindeki izdüşümlerine **kesit tesiri** denir. Düzlem sistemlerde Şekil 2.2(b) ve (d)'de görüldüğü gibi çubuk eksenini üzerindeki izdüşüme **normal kuvvet** (eksenel kuvvet) dik kesit düzlemi üzerindeki izdüşüme **kesme kuvveti** ve moment'e de **eğilme momenti** denir. Görüldüğü gibi bir düzlem çubuk kesitinde üç kesit tesiri vardır.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



Şekil 2.2 Çubuklardaki iç kuvvetler

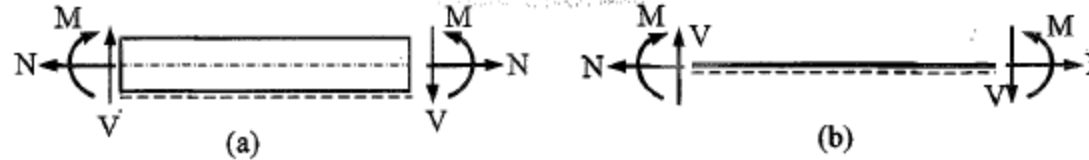
Bu kesit tesirlerinin pozitif yönleri için Şekil 2.2(c)'de görüldüğü gibi çubuğun bir tarafı kesik çizgilerle işaretlenerek bir **bakış yönü** ve bu bakış yönüne göre pozitif yönler seçilir.



2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



Şekil 2.3 Eğri eksenli çubuklarda kesit tesirlerinin pozitif yönleri



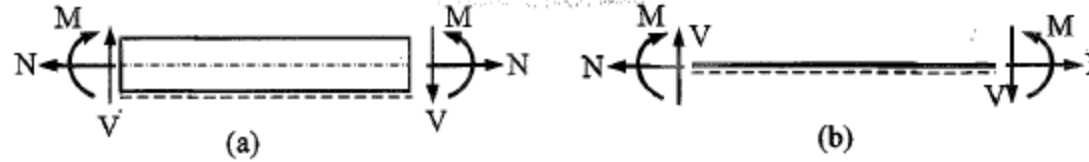
Şekil 2.4 Doğru eksenli çubuklarda kesit tesirlerinin pozitif yönleri

Normal kuvvet: Normal kuvvet N ile gösterilir ve R bileşkesinin çubuk eksenine üzerindeki bileşenidir. Bazı kaynaklarda **eksenel kuvvet** olarak da tanımlanır. Çubuğun kesilen parçası üzerindeki dış kuvvetlerin çubuk eksenine üzerindeki izdüşümlerinin cebirsel toplamına eşittir. Şekil 2.2(d)'de görüldüğü gibi çubukta çekme (uzama) meydana getirdiği zaman (kuvvetin yönü çubuktan dışa doğru iken) pozitif (+), basınç (kısılma) meydana getirdiği zaman (kuvvetin yönü çubuğa doğru iken) negatif (-) varsayılır.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



Şekil 2.3 Eğri eksenli çubuklarda kesit tesirlerinin pozitif yönleri



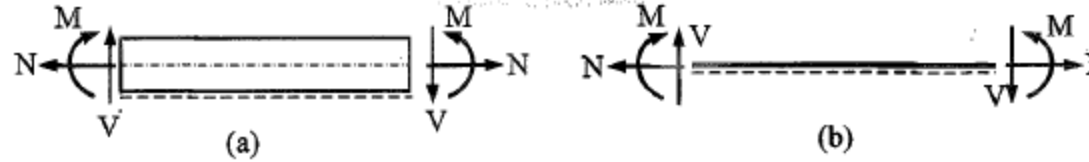
Şekil 2.4 Doğru eksenli çubuklarda kesit tesirlerinin pozitif yönleri

Kesme kuvveti: Kesme kuvveti V ile gösterilir. Bazı kaynaklarda Q veya T ile de gösterilmiştir. R bileşkesinin çubuk dik kesiti içerisindeki bileşenidir. Çubuğun kesilen parçası üzerindeki dış kuvvetlerin dik kesit üzerindeki bileşenlerinin cebirsel toplamına eşittir. Şekil 2.2(d)'de görüldüğü gibi solda kalan parça için dıştan bakış yönüne doğru ve sağda kalan parça için bakış yönünden dışa doğru olan kesme kuvveti veya Şekil 2.3 ve Şekil 2.4'de görüldüğü gibi bakış yönünden bakıldığında çubuğu saat akrebi yönünde döndüren kesme kuvveti pozitif varsayılır.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



Şekil 2.3 Eğri eksenli çubuklarda kesit tesirlerinin pozitif yönleri



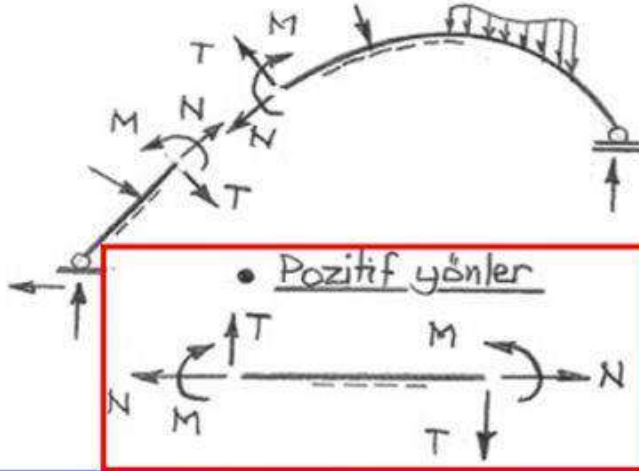
Şekil 2.4 Doğru eksenli çubuklarda kesit tesirlerinin pozitif yönleri

✓ **Eğilme momenti:** Eğilme momenti M ile gösterilir ve M momentidir. Çubuğun kesilen parçası üzerindeki dış kuvvetlerin anılan kesite göre statik momentlerinin cebirsel toplamına eşittir. Şekil 2.2(d)'de görüldüğü gibi bakış yönüne göre soldaki parça için saat akrebi tersi yönünde, sağdaki çubuk parçası için saat akrebi yönündeki eğilme momentleri veya Şekil 2.2(d), Şekil 2.3 ve Şekil 2.4'de görüldüğü gibi bakış yönündeki lifleri uzatmaya çalışan eğilme momentleri pozitif varsayılır.

Şekil 2.3'de eğri eksenli ve Şekil 2.4'de doğru eksenli çubuk parçalarında kesit tesirlerinin pozitif yönleri gösterilmiştir.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

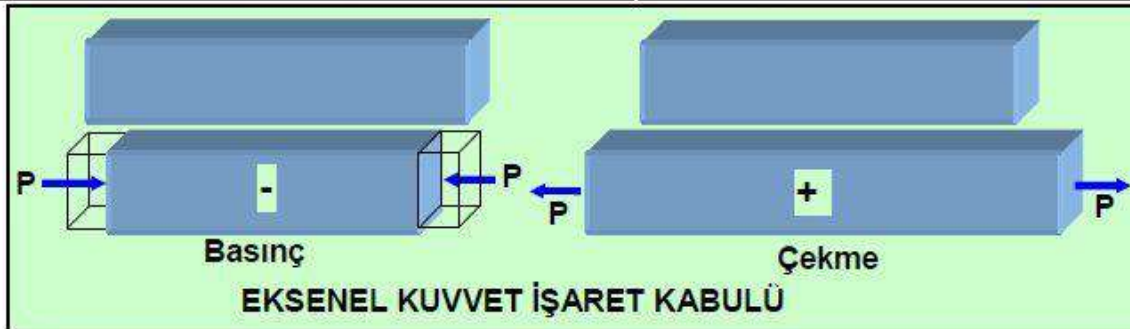
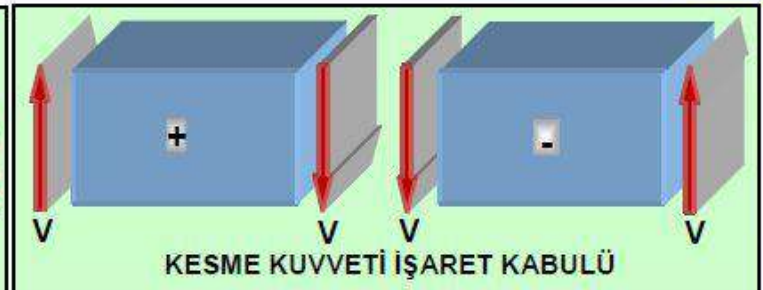
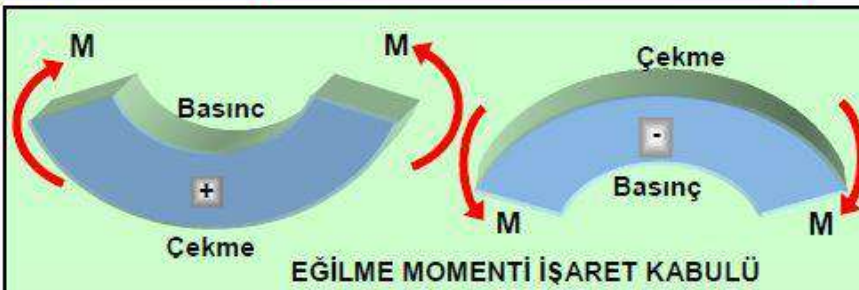
- Bakış yönü, statik hesaba yapan ve değerlendiren arasındaki bir anlaşmadır. Hesapların sonuna kadar aynı bakış yönü kullanılır.



N (normal kuvvet) : çubukta uzama meydana getirecek yönde pozitifdir.

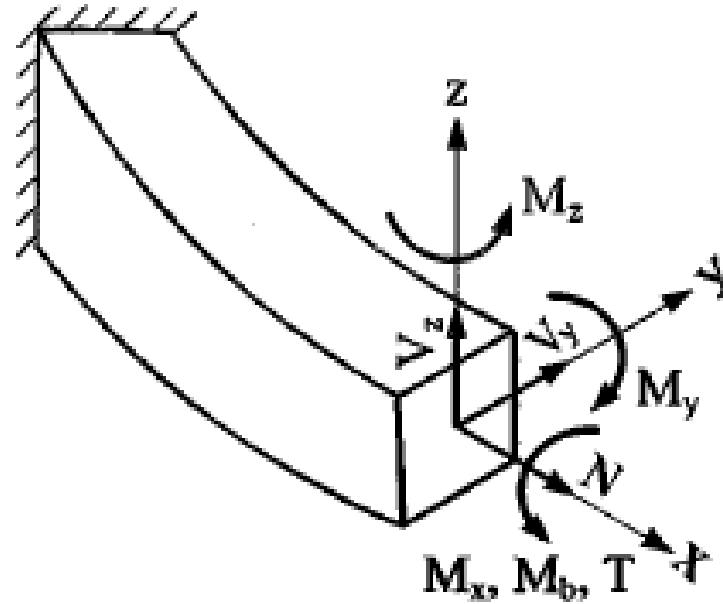
T (kesme kuvveti) : çubuğu saat akrebi yönünde döndürmesi halinde pozitifdir.

M (eğilme momenti) : bakış yönü tarafındaki liflerde çekme (uzama) meydana getirmesi halinde pozitifdir.



2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.2.3.2 Üç boyutlu uzay çubuklarında kesit tesirleri

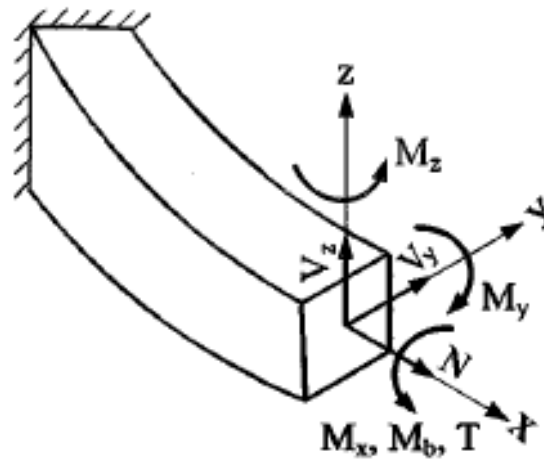


Şekil 2.5 Genel eğilme elemanında kesit tesirleri

Genel olarak üç boyutlu uzay çubuklarda Şekil 2.5'de de görüldüğü gibi bir çubuk kesitinde 6 kesit tesiri vardır. Bunların üçü kuvvet üçü momenttir.

Kesite etkiyen R bileşke kuvvet vektörünün, çubuk eksenindeki bileşenine normal kuvvet denir ve N ile gösterilir. R bileşke kuvvet vektörünün kesit düzlemi üzerindeki bileşenlerine de kesme kuvveti denir ve Şekil 2.5'de görüldüğü gibi V harfi ve paralel olduğu eksenin alt indisi ile V_y ve V_z biçiminde gösterilir.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

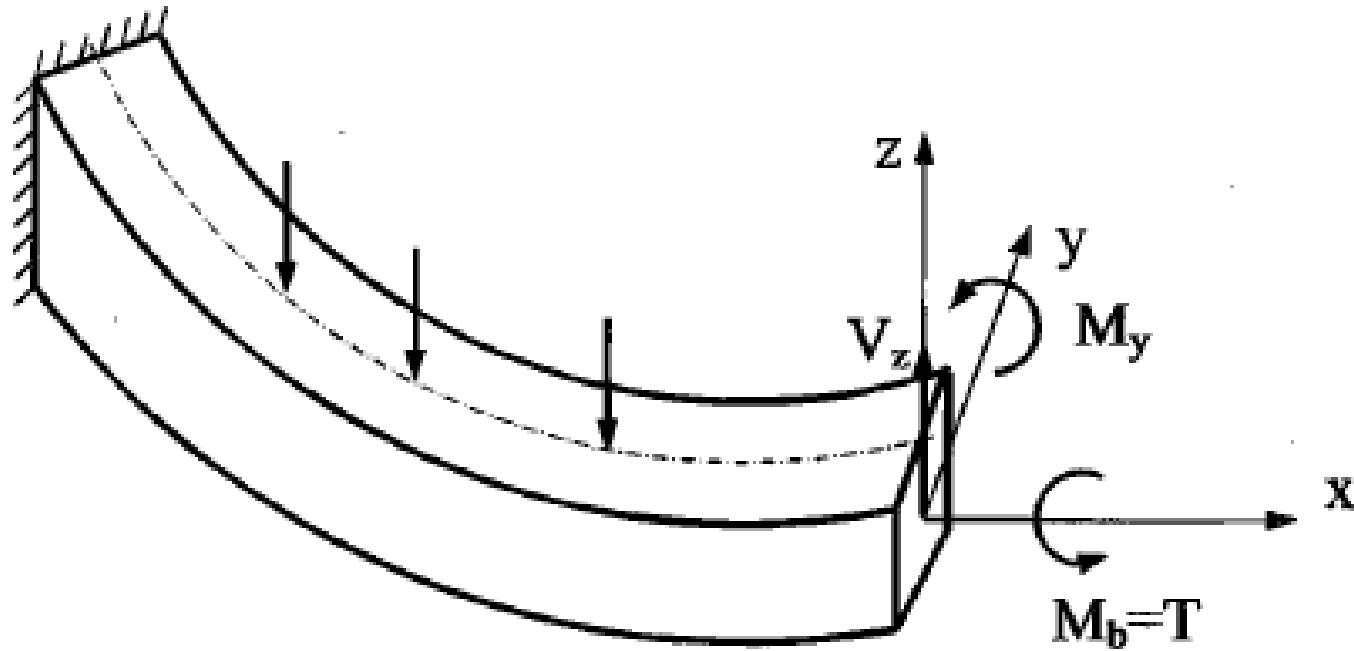


Şekil 2.5 Genel eğilme elemanında kesit tesirleri

Çubuk kesitindeki M bileşke moment vektörünün çubuk eksenindeki bileşenine **burulma momenti** denir ve M_b veya T ile gösterilir. M bileşke moment vektörünün kesit düzlemi içindeki diğer iki bileşenine **eğilme momenti** denir. Şekil 2.5'de de görüldüğü gibi M harfi dönme meydana getirdiği eksenin adını alt indis olarak alır (M_y ve M_z gibi).

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.2.3.3 Sistem düzlemine dik kuvvetlere maruz düzlem eğri eksenli elemanlarda kesit tesirleri



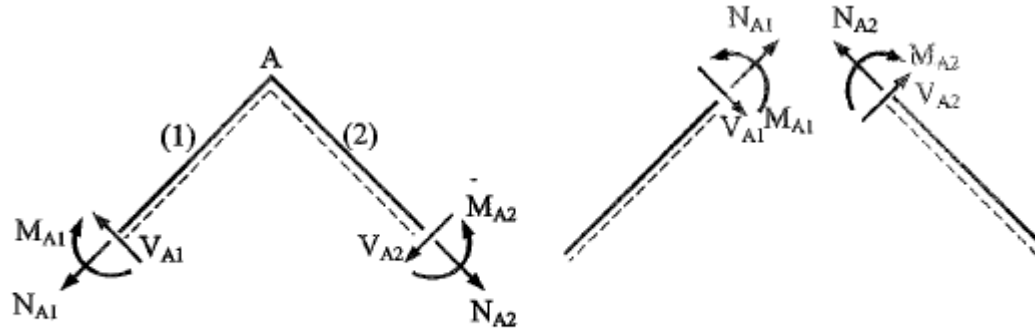
Şekil 2.6 Düzlemine dik doğrultuda yük etkileyen düzlem eğri eksenli eleman

Düzlemine dik yük altındaki düzlem eğri eksenli elemana örnek olarak Şekil 2.6'daki kiriş gösterilebilir. Bu sistemin herhangi bir kesitinde üç kuvvet vardır. Bunlar, kuvvete paralel doğrultuda kesme kuvveti (V_z), burulma momenti (M_b) ve kuvvete dik kesit düzlemi eksenine göre eğilme momentidir (M_y).

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.2.3.4 Düzlem sistemlerde düğüm noktalarındaki bilinmeyen iç kuvvetler

2.2.3.4.1 Rijit düğüm noktası

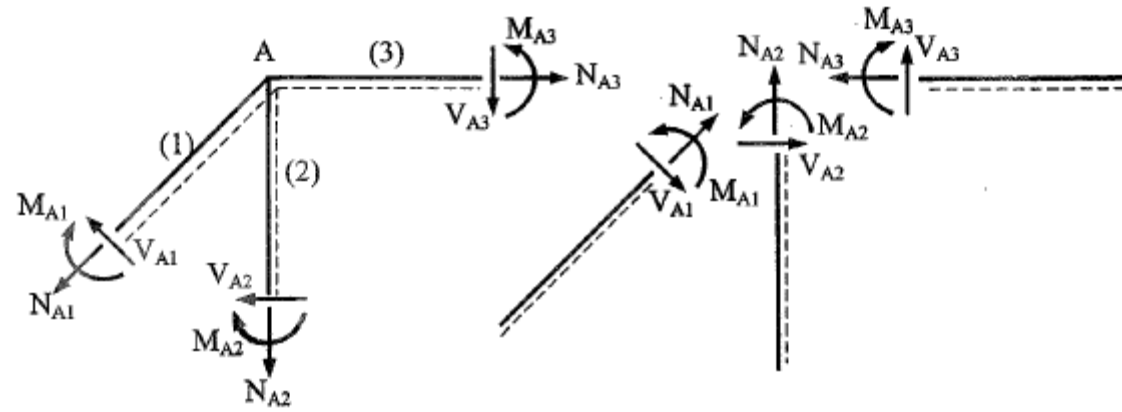


(a) İki çubuğun bileştiği rijit bir düğüm noktası

Şekil 2.7 Rijit düğüm noktalarındaki kesit tesirleri

Rijit düğüm noktalarında çubuklardan biri, diğerlerine doğrultuları belli kesme kuvveti ve normal kuvvet olmak üzere iki kuvvet ve eğilme momenti olmak üzere bir moment uygular. Diğer bir deyişle Şekil 2.7'de görüldüğü gibi düğüm noktasında birleşen her çubukta üç bilinmeyen kesit tesiri vardır. Şekil 2.7(a)'da görüldüğü gibi iki çubuğun birleştiği düğüm noktasında denge şartları nedeniyle bir çubuktaki kesit tesirleri belirli iken diğer çubuktaki kesit tesirleri bunlara bağlı olarak hesaplanabilir. Diğer bir anlatımla iki çubuğun birleştiği bir düğüm noktasında bilinmeyen kesit tesiri sayısı 3'dür.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



(b) Üç çubuğun bileştiği rijit bir düğüm noktası

Şekil 2.7 Rijit düğüm noktalarındaki kesit tesirleri

Şekil 2.7(b)'de görüldüğü gibi bir düğüm noktasında üç çubuk birleşirse, iki çubuktaki kesit tesirleri bilindiğinde 3.çubuktaki kesit tesirleri bunlara bağlı olarak hesaplanabilir. Bu durumda 3 çubuğun birleştiği bir düğüm noktasında bilinmeyen kesit tesiri sayısı 6 olur.

Yukarıdaki açıklamalardan açıkça anlaşılacağı üzere, n_ϕ sayıda çubuğun birleştiği bir rijit düğüm noktasında bilinmeyen kesit tesiri sayısı

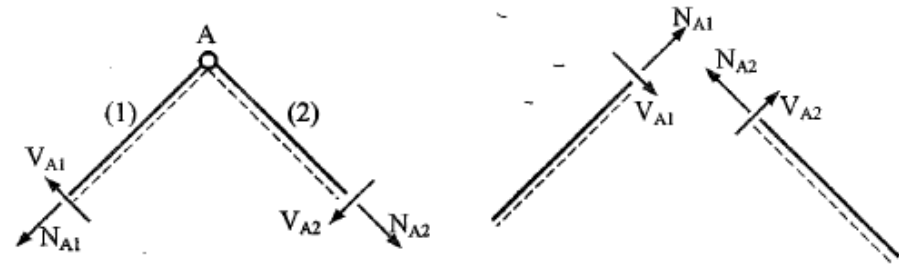
$$n = 3(n_\phi - 1)$$

bulunur.

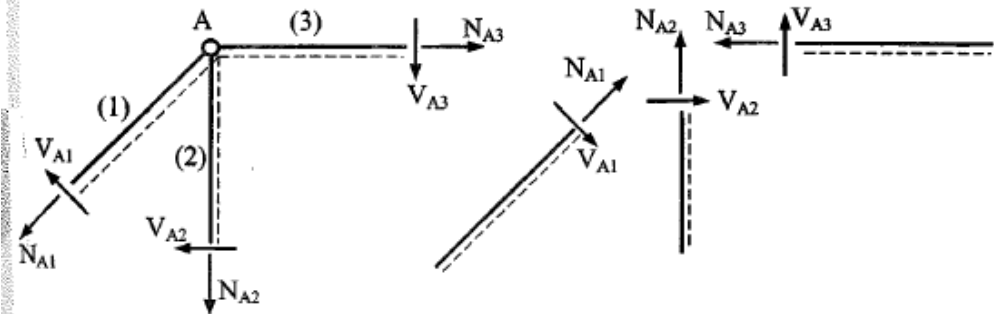
2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.2.3.4.2 Mafsallı düğüm noktası

Moment mafsallı ile birleşen çubukların bulunduğu düğüm noktalarında her çubuk kolaylıkla dönme hareketi yapabileceğinden bu çubukların ucunda eğilme momenti meydana gelmeyecek, sadece normal kuvvet ve kesme kuvveti meydana gelecektir. Yukarıda açıklanan nedenlerle Şekil 2.8(a)'da görüldüğü gibi iki çubuğun birleştiği bir düğüm noktasında bilinmeyen kesit tesiri sayısı 2 ve Şekil 2.8(b)'de görüldüğü gibi üç çubuğun birleştiği bir düğüm noktasında bilinmeyen kesit tesiri sayısı 4 olacaktır.



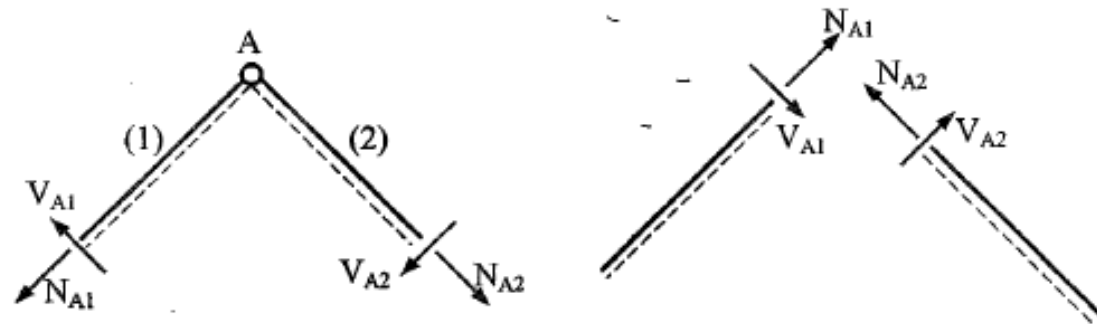
(a) İki çubuğun mafsallı olarak birleştiği bir düğüm noktası



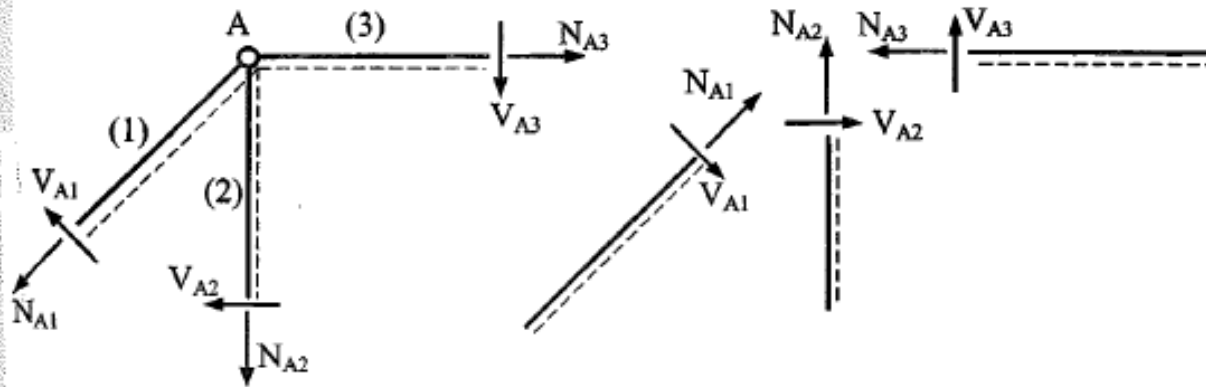
(b) Üç çubuğun mafsallı olarak birleştiği bir düğüm noktası

Şekil 2.8 Mafsallı düğüm noktalarında kesit tesirleri

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



(a) İki çubuğun mafsallı olarak birleştiği bir düğüm noktası



(b) Üç çubuğun mafsallı olarak birleştiği bir düğüm noktası

Şekil 2.8 Mafsallı düğüm noktalarında kesit tesirleri

Yukarıdaki açıklamalardan açıkça anlaşılabacağı üzere, n_ϵ sayıda çubuğun birleştiği bir mafsallı düğüm noktasında bilinmeyen kesit tesiri sayısı

$$n = 2(n_\epsilon - 1) \quad \text{bulunur.}$$

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.3 Denge Denklemleri

Kuvvet, tesir ettiği cismi harekete geçirir. Cisim hareket halinde ise, hareketinde değişiklik meydana getirir. Bilindiği gibi kuvvetlerin tesiri altında bulunan bir cisim genel olarak öteleme ve dönme biçiminde olmak üzere iki türlü hareket yapar.

Rijit bir cisim, düzgün hızla bir doğru boyunca öteleme hareketi yapıyorsa veya duruyorsa o cisim dengededir denir. Yapı statığında yalnız ikinci durumda dengede olan cisimler incelenir.



2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.3.1 Düzlem Sistemlerde Denge Denklemleri

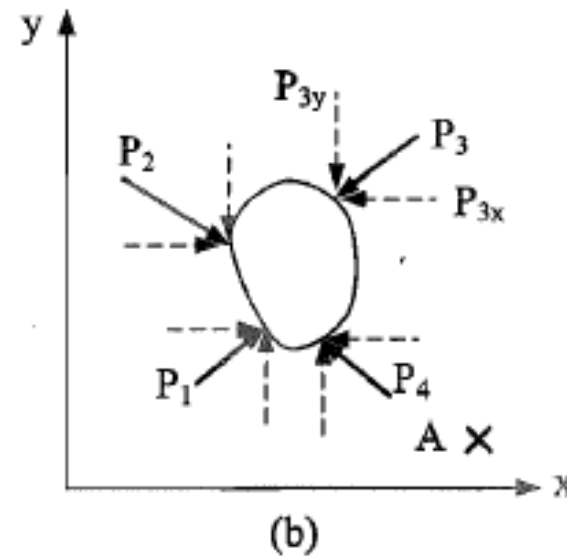
Bütün kuvvetlerin iki ayrı eksen üzerindeki izdüşümlerinin cebirsel toplamı sıfır olmalı ki cisim o eksenler doğrultusunda hareket etmesin. Aksi halde cisim fark kuvvet yönünde hareket eder. Genellikle bu eksenler bir birine dik iki x ve y eksenleri olarak seçilir.

Cisme tesir eden bütün kuvvetlerin düzlem içindeki herhangi bir noktaya göre momentlerinin toplamı sıfır olması gerekir. Aksi durumda cisim o nokta etrafında fark momentten doğacak dönme hareketi yapar.

$$\begin{aligned}\sum P_x &= 0 \\ \sum P_y &= 0 \\ \sum M_A &= 0\end{aligned}$$

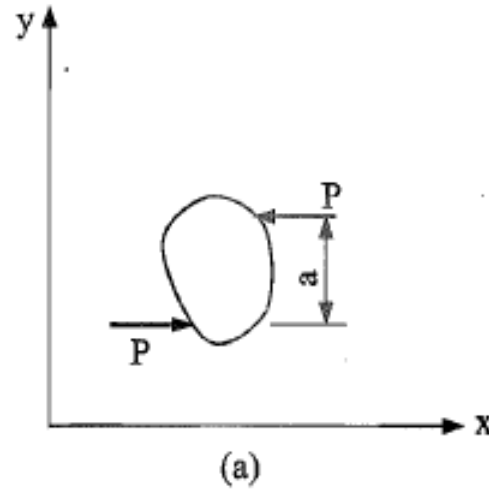
Özetle bir cismin dengede olabilmesi için

$$\sum P_x = 0, \quad \sum P_y = 0, \quad \sum M_A = 0$$



Şekil 2.9

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

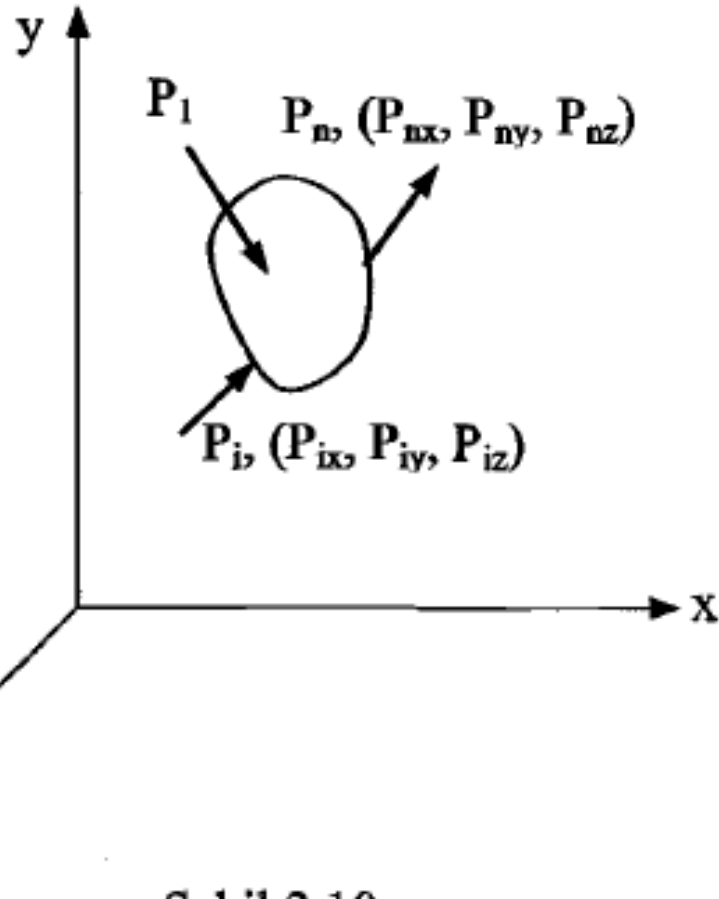


Şekil 2.9

Şekil 2.9(a)'da görüldüğü gibi $\sum P_x = 0$ ve $\sum P_y = 0$ şartlarının sağlanmasına karşılık, $\sum M = P \cdot a$ kadar bir momentin etkisi ile cisim dönmektedir. Böyle bir cisim de dengede değildir. Çünkü $\sum M$ 'e bağlı olarak dönme hareketi yapmaktadır.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.3.2 Üç Boyutlu Uzay Sistemlerde Denge Denklemleri

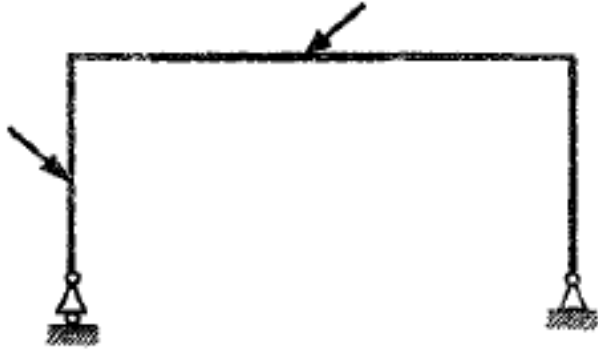


Şekil 2.10

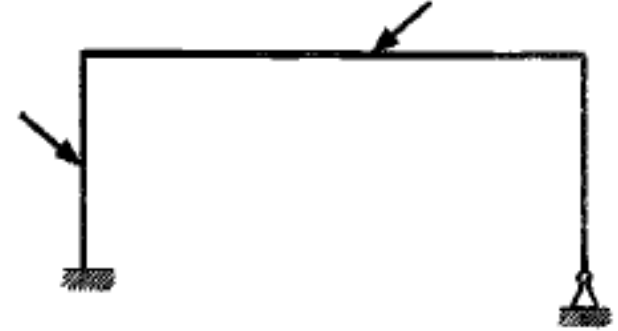
Uzayda bulunan bir cismin üzerine tesir eden kuvvetler altında dengede olabilmesi için 6 denge şartının gerçekleşmesi gerekir.

Şekil 2.10'da görülen sistem üzerine etkiyen P_1 , P_i ve P_n kuvvetleri altında dengede bulunmaktadır. Bu kuvvetlerin birbirine dik x, y ve z eksenleri üzerindeki izdüşümleri sıra ile P_{ix} , P_{iy} ve P_{iz} ile gösterilirse burada:

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



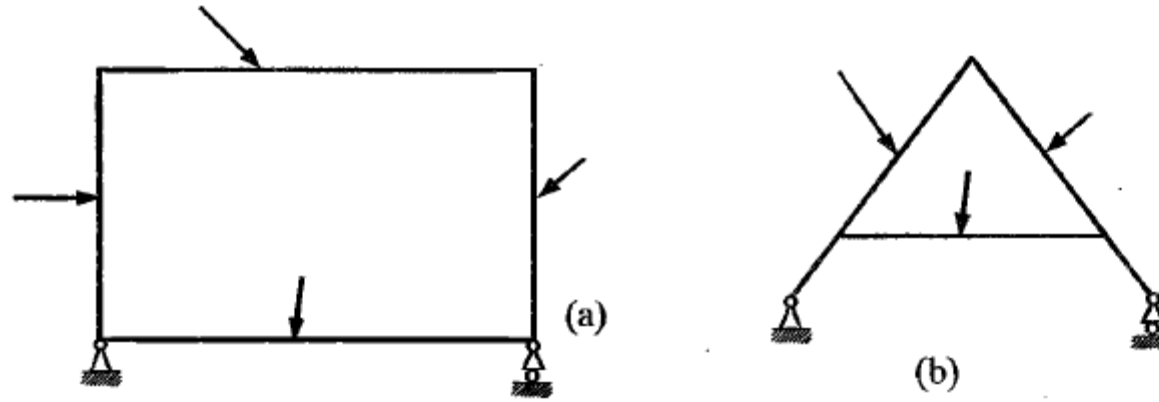
Şekil 2.12 İzostatik sistem



Şekil 2.13 Hiperstatik sistem

Yapılarda kullanılan sistemler kararlı olduklarından, tesiri altında bulundukları kuvvetlerin denge şartlarını sağlaması gerekir. Belirli bir kuvvetin tesiri altında bulunan, mesnet tepkileri ile kesit tesirleri yalnız denge şartlarından hesaplanabilen sistemlere **“İzostatik sistemler”** denir (Şekil 2.12). Mesnet tepkileri ve/veya kesit tesirlerinin hesaplanmasında denge şartları yeterli olmayan sistemlere **“hiperstatik sistemler”** (statikçe belirsiz) denir (Şekil 2.13).

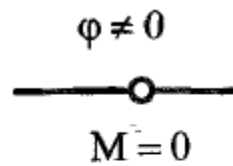
2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



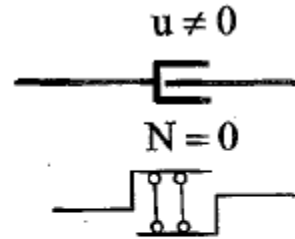
Şekil 2.14 Dıştan izostatik içten hiperstatik sistemler

Mesnet tepkileri denge şartları ile belirlenebilen, fakat kesit tesirleri denge şartları ile belirlenemeyen sistemlere **dıştan izostatik içten hiperstatik sistemler** denir (Şekil 2.14).

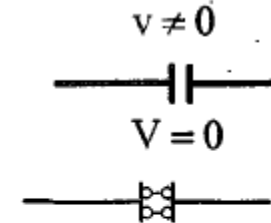
2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



(a) Momente karşı mafsalsal
(Eğilme momenti mafsalı)



(b) Normal kuvvete karşı mafsalsal
(normal kuvvet mafsalı)



(c) Kesme kuvvetine karşı mafsalsal
(kesme kuvveti mafsalı)

Şekil 2.15 Mafsallar ve gösteriliş biçimleri

Hiperstatik sistemlerde, uygun yerlere mafsallar konularak sistemin hiperstatiklik derecesi düşürülebilir veya izostatik hale getirilebilir. Mafsallar genel olarak üç şekilde teşkil edilir. Şekil 2.15'de görüldüğü gibi momente karşı mafsalsal [Şekil 2.15(a)], kesme kuvvetine karşı mafsalsal [Şekil 2.15(b)] ve normal kuvvete karşı mafsalsal [Şekil 2.16(c)].

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

Momente karşı mafsalda sistemin o noktasında dönmeye izin verilir ve dolayısıyla eğilme momenti sıfır olur. Normal kuvvete karşı mafsalda sistemin o kesitinde çubuk eksen doğrultusunda harekete izin verilir ve dolayısıyla normal kuvvet sıfır olur. Kesme kuvvetine karşı mafsalda sistemin o noktasında dik kesit düzlemi doğrultusunda harekete izin verilir ve dolayısıyla kesme kuvveti sıfır olur. Ancak özellikle inşaat mühendisliği alanında yaygın olarak kullanılan moment mafsalıdır. Bu nedenle özel olarak belirtilmedikçe mafsal kavramından eğilme momenti mafsalı anlaşılmalıdır.



2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

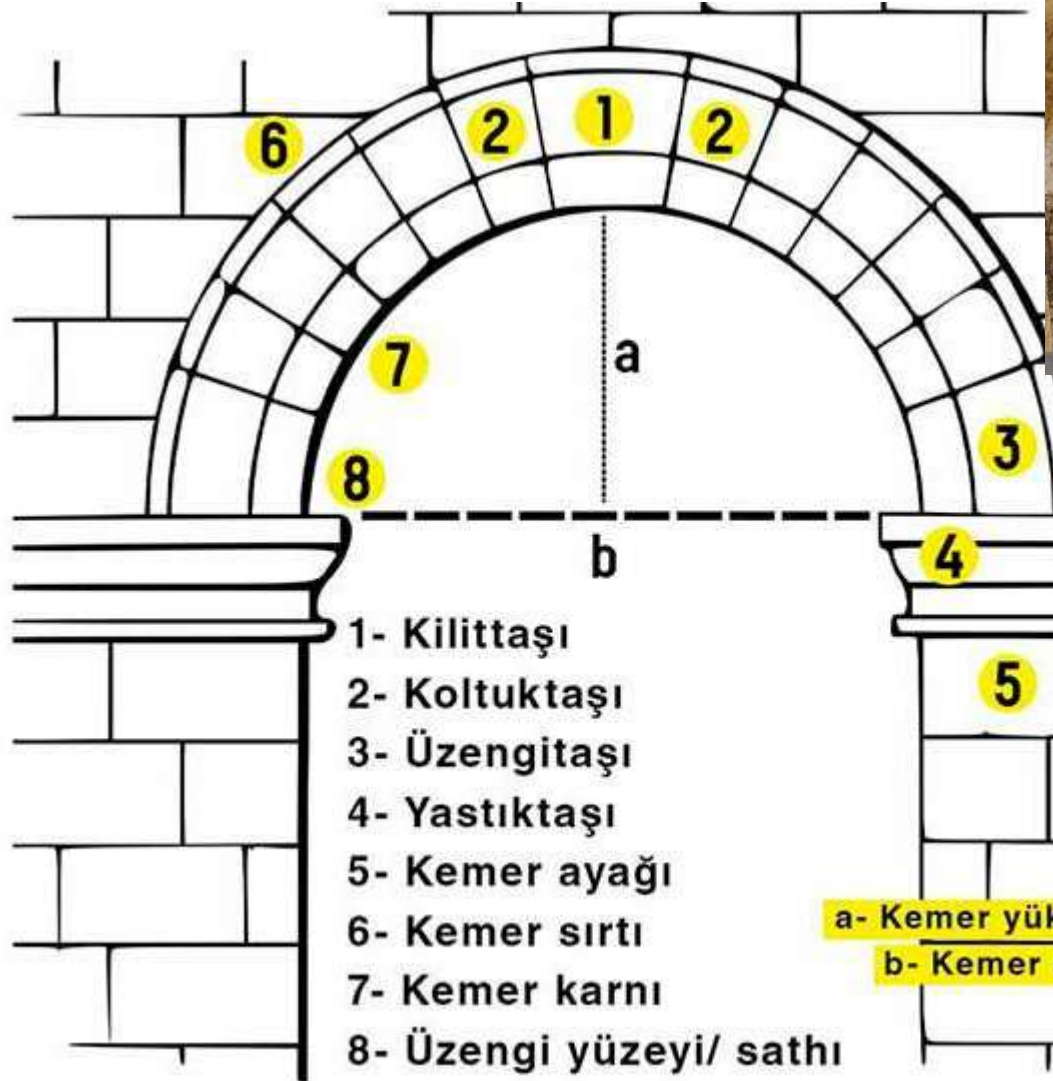
Yukarıda belirtildiği gibi sistemde moment mafsallının bulunduğu kesit eğilme momentini aktaramaz, sadece kesme kuvveti ve normal kuvvet aktarır. Bu kesitte $M=0$ olur. Bu yüzden mafsalın bir tarafında (sağında veya solunda) kalan kuvvetlerin, mafsalın bulunduğu noktaya göre momentlerinin toplamı sıfırdır. Bu nedenle sistemde bulunan her mafsal, denge şartlarına bir ilave şart daha getirir. Bu durumda n kere hiperstatik olan bir sistemde n mafsal tertip edilerek sistem izostatik hale getirilebilir. Şekil 2.16a'da birinci dereceden hiperstatik olan sistem, Şekil 2.16b'de görüldüğü gibi izostatik hale getirilir. Ancak Mafsallar sistemin stabilliğini bozmayacak biçimde düzenlenmelidir.



Şekil 2.16a Birinci dereceden hiperstatik kemer

Şekil 2.16b Mafsal ilave edilerek izostatik hale getirilmiş üç mafsallı kemer

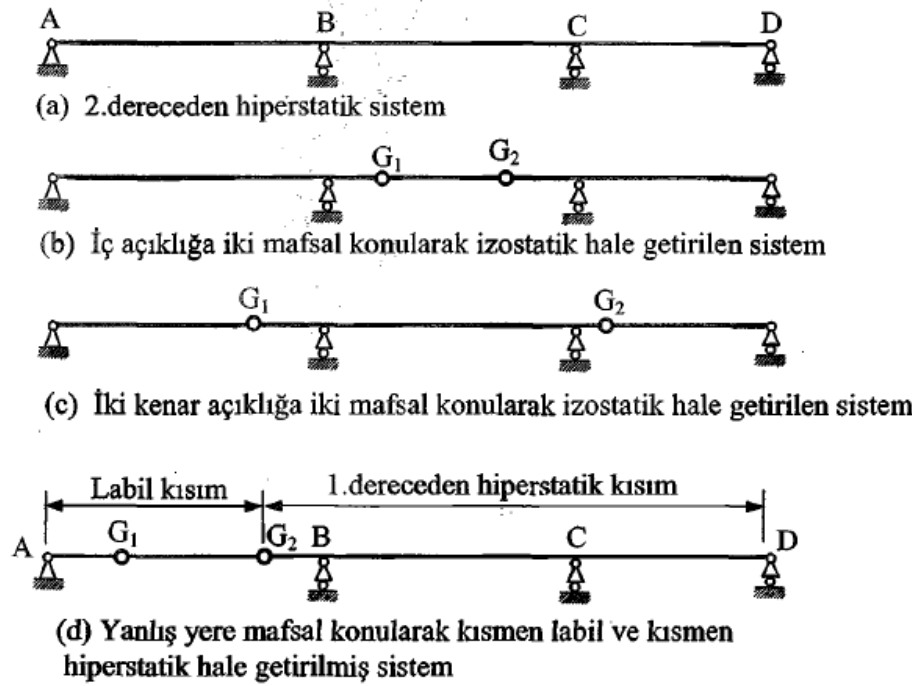
2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



a- Kemer yüksekliği

b- Kemer açıklığı

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



Şekil 2.17

Şekil 2.17(a)'da görülen

sürekli kiris 2.dereceden hiperstatiktir. Bu sistem iki mafsal konularak izostatik hale getirilebilir. Sistem, Şekil 2.17(b)'de görüldüğü gibi orta açıklığa iki mafsal konularak ve Şekil 2.17(c)'de görüldüğü gibi iki kenar açıklığa birer mafsal konularak izostatik hale getirilmiştir. Ancak Şekil 2.17(d)'de görüldüğü gibi birinci açıklığa 2 mafsal konularak sistem A mesnedi ile G_2 mafsalı arasında labil hale gelmiş ve G_2 ile D mesnedi arasındaki kısım 1.dereceden hiperstatik bırakılmıştır. Bu sistem uygun değildir.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.4.1. Sistemlerin Hiperstatiklik Derecesi

2.4.1.1 Dolu Gövdeli Sistemler

2.4.1.1.1 Yalnızca tek bir kesimle ikiye ayrılabilen sistemler

Şekil 2.18'de görüldüğü gibi her kesitinden ikiye ayrılabilen sistemlerde, kesilen yerdeki 3 kesit tesiri 3 denge şartı ile hesaplanabileceğinden, bilinmeyen kuvvet olarak n_r sayıda bilinmeyen mesnet tepkisi vardır. Buna karşılık 3 denge denklemi ve n_m sayıda mafsal şartı sayısı vardır. Ancak mafsal şartı yazılırken, bir mafsalda birleşen çubuk sayısı n_ϕ ise o mafsalda yazılabilecek mafsal şartı sayısı

$$n_m = n_\phi - 1$$

(2.10)

dir. Bu durumda bilinmeyen kuvvet sayısı n_r ve yazılabilen statik denge sayısı $(n_m + 3)$ olduğuna göre sistemin hiperstatiklik derecesi

$$n = n_r - (n_m + 3) \quad (2.11)$$

şeklinde yazılır. Burada n bilinmeyen kuvvet sayısına sistemin hiperstatiklik derecesi denir. (2.11) eşitliğinde:

$n = 0$ ise sistem izostatiktir.

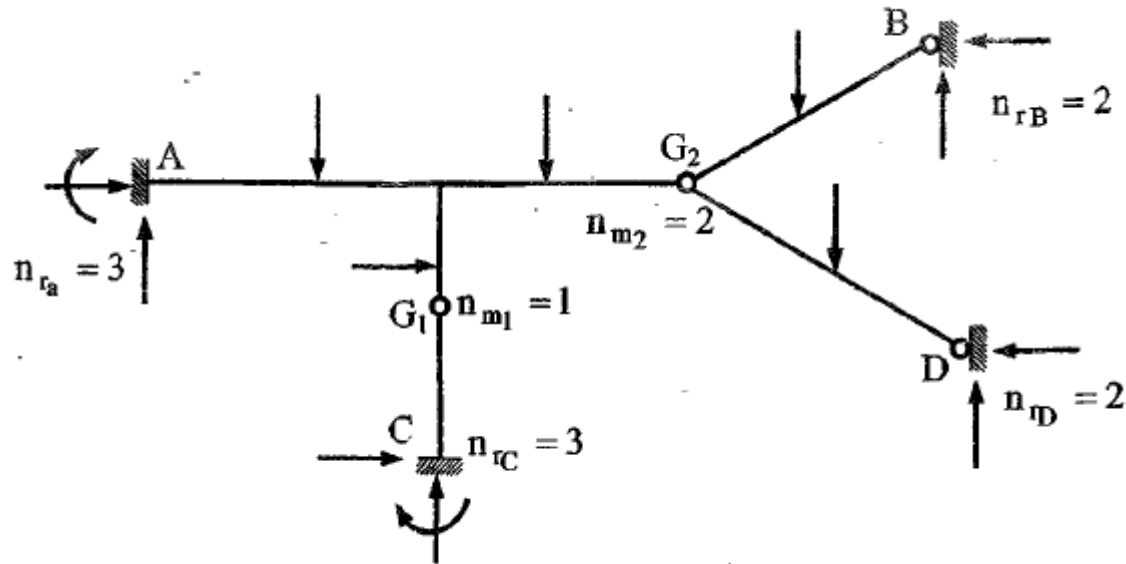
$n < 0$ ise sistem geometrik olarak stabil değildir (labil, oynaktır).

$n > 0$ ise sistem n inci dereceden hiperstatiktir.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

Örnek 2.1

Şekil 2.18(a)'da verilen sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.



Şekil 2.18(a)

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

Örnek 2.1

Şekil 2.18(a)'da verilen sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.

Çözüm

Sistem bir noktasından ikiye ayrılabilen bir sistem olduğundan hiperstatiklik derecesi (2.11) eşitliği ile hesaplanabilir. Burada bilinmeyen mesnet tepkisi A mesnedinde 3, B mesnedinde ve D mesnedinde 2 ve C mesnedinde 3'dür. Mafsal şartı sayısı G_1 mafsalında 1, G_2 mafsalında üç çubuk birleştiğinden $n_{m_2} = 3 - 1 = 2$ dir. Bu durumda

$$n_r = 3 + 2 + 3 + 2 = 10 \quad ; \quad n_m = 1 + 2 = 3$$

bulunur ve (2.11) eşitliğinde yerine konularak sistemin hiperstatiklik derecesi

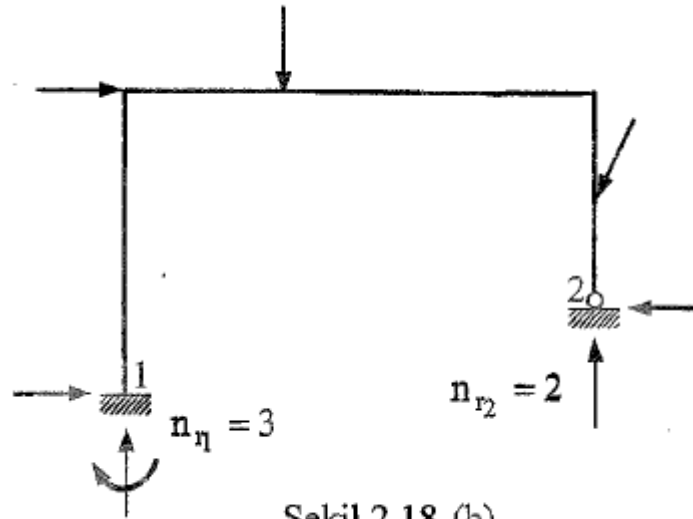
$$n = 10 - (3 + 3) = 4$$

bulunur. Bu durumda sistem 4.dereceden hiperstatiktir.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

Örnek 2.2

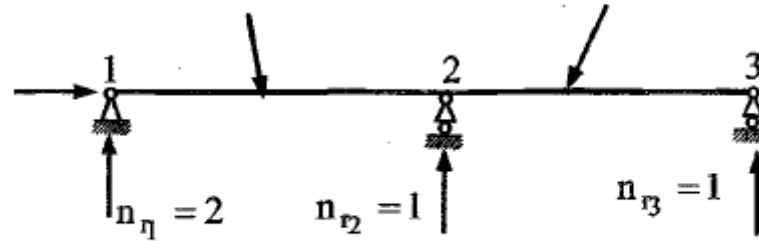
Şekil 2.18(b)'de verilen sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.



2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

Örnek 2.3

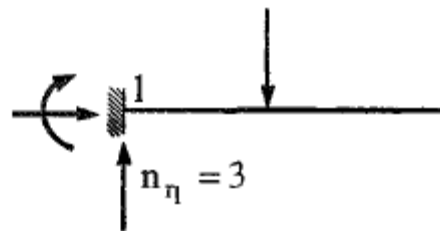
Şekil 2.18(c)'de verilen sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.



Şekil 2.18 (c)

Örnek 2.4

Şekil 2.18(d)'de verilen sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.



Şekil 2.18 (d)

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

Örnek 2.2

Şekil 2.18(b)'de verilen sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.

Çözüm

$$n_r = 2 + 3 = 5, \quad n_m = 0 \quad \text{ve}$$

$$n = 5 - (0 + 3) = 2$$

bulunur. Sistem 2.dereceden hiperstatiktir.

Örnek 2.3

Şekil 2.18(c)'de verilen sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.

Çözüm

$$n_r = 2 + 1 + 1 = 4, \quad n_m = 0 \quad \text{ve}$$

$$n = 4 - (0 + 3) = 1$$

bulunur. Sistem 1.dereceden hiperstatiktir.

Örnek 2.4

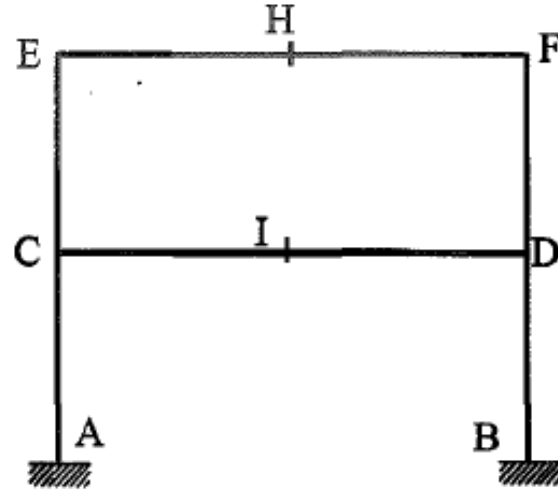
Şekil 2.18(d)'de verilen sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.4.1.1.2 Genel durumdaki sistemlerde kesim yöntemi

Örnek 2.5

Şekil 2.19’da verilen sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.



Şekil 2.19

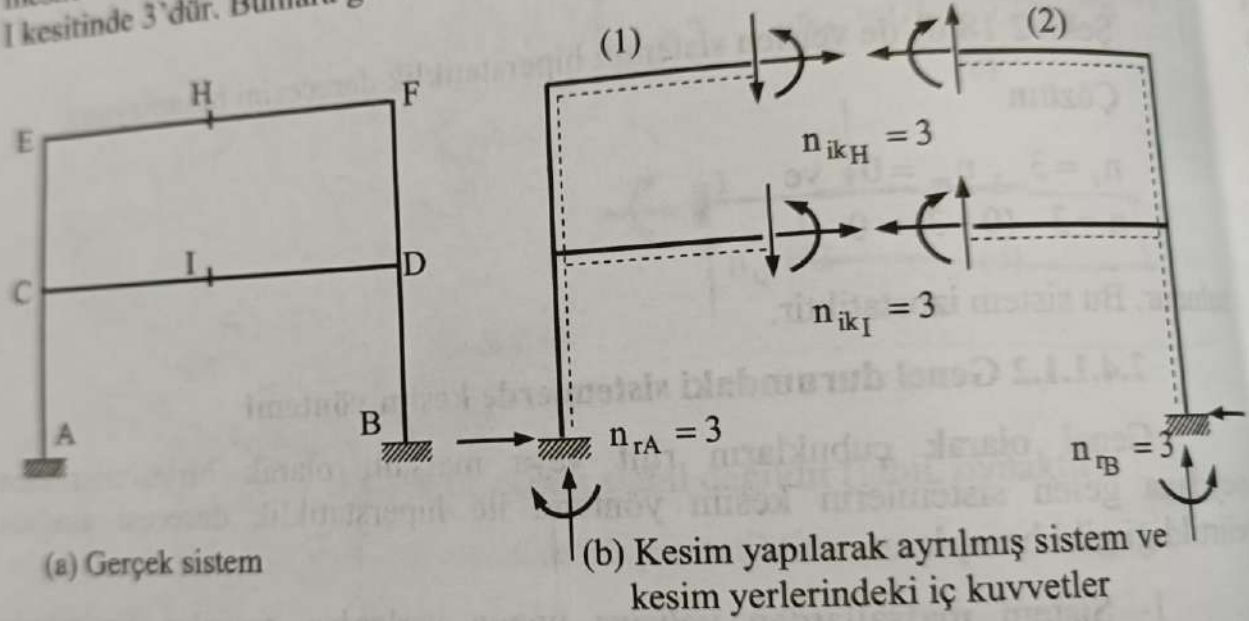
2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

Örnek 2.5

Şekil 2.19'da verilen sistemin hiperstatiklik derecesi

Çözüm

Şekil 2.19 (a)'da verilen sistem H ve I kesitlerinden kesilerek Şekil 2.19(b)'de görüldüğü gibi iki kısma ayrılmıştır ($n_s = 2$). Bilinmeyen mesnet tepkisi A mesnedinde 3 ve B mesnedinde 3'dür. Bilinmeyen iç kuvvet sayısı H kesitinde 3 ve I kesitinde 3'dür. Bunlara göre:



Şekil 2.19

$n_{ik} = 3 + 3 = 6$ ve $n_r = 3 + 3 = 6$ bulunur. Bu değerler (2.12) eşitliğinde yerine konulursa sistemin hiperstatiklik derecesi

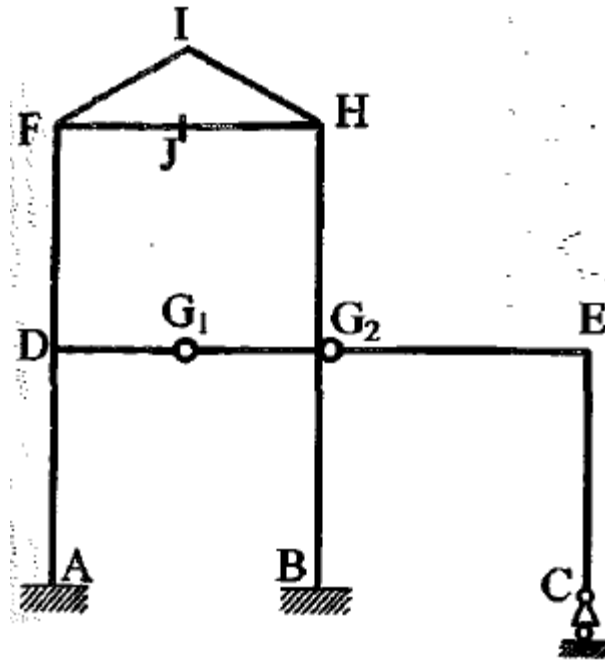
$n = 6 + 6 - 3 \times 2 = 6$ olarak bulunur. Sistem 6.dereceden hiperstatiktir.

Örnek 2.6

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

Örnek 2.6

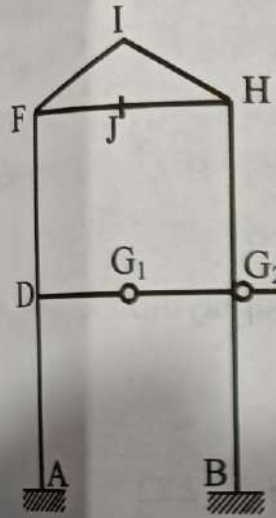
Şekil 2.20’de verilen sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.



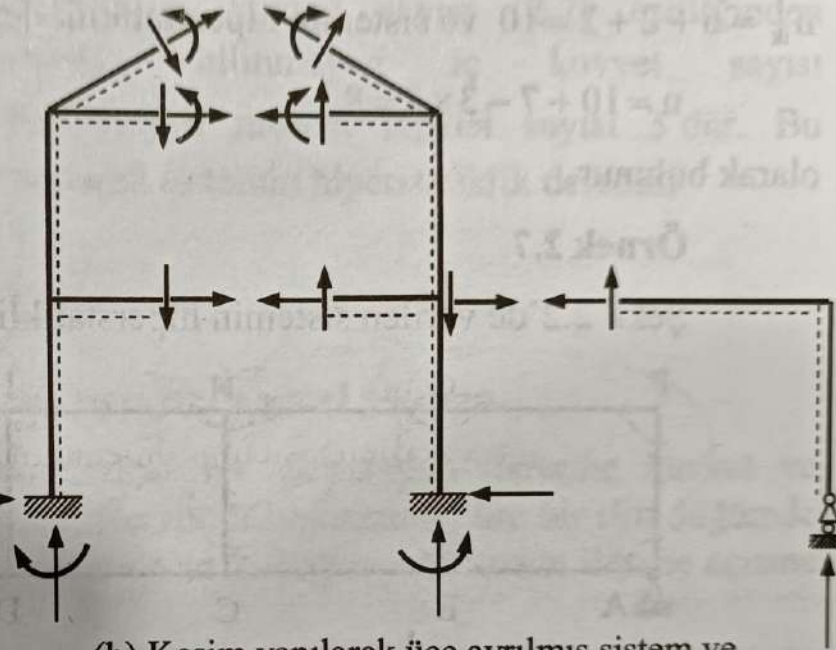
Şekil 2.20

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

si sayısı A mesnede 3 ve B mesnede 3 ve C mesnede 1'dir.



(a) Gerçek sistem



(b) Kesim yapılarak üçe ayrılmış sistem ve kesim yerlerindeki iç kuvvetler

Şekil 2.20

Bilinmeyen iç kuvvet sayısı I kesitinde 3, J kesitinde 3, G_1 kesitinde 2 ve G_2 kesitinde 2'dir. Bunlara göre:

$n_{ik} = 3 + 3 + 2 + 2 = 10$ ve $n_r = 3 + 3 + 1 = 7$ bulunur. Bu değerler (2.12) eşitliğinde yerine konulursa sistemin hiperstatiklik derecesi

$$n = 10 + 7 - 3 \times 3 = 8$$

olarak bulunur.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

2.4.1.2 Kafes Sistemler

Kafes sistemlerde düğüm noktaları mafsallı olduğundan her düğüm noktasında 2 denge şartı yazılabilir. Buna göre denge denklemi sayısı

$$n_d = 2d \quad (2.18)$$

olur. Kafes sistemdeki her çubukta eğilme momenti ve kesme kuvveti sıfır olduğundan bir iç kuvvet vardır ve sistemdeki tüm mesnetlerde n_r sayıda mesnet tepkisi olduğundan sistemdeki kuvvet sayısı

$$n_k = \phi + n_r \quad (2.19)$$

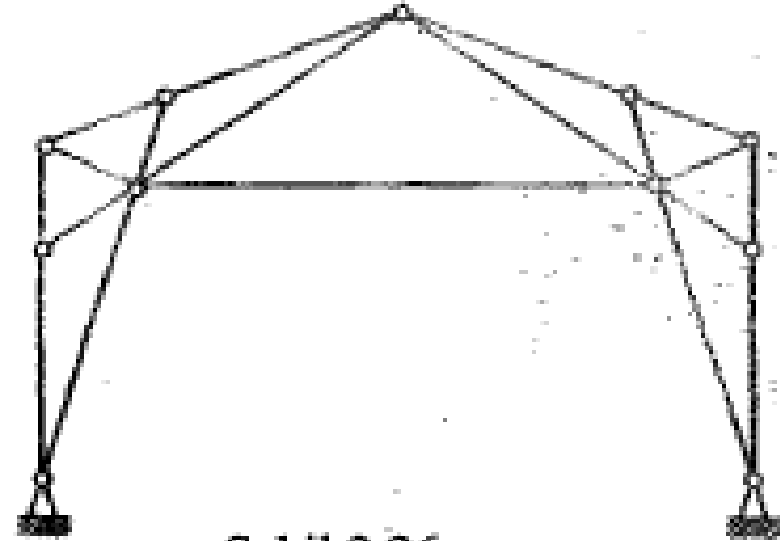
dir. Buna göre bilinmeyen kuvvet sayısı, diğer bir anlatımla sistemin hiperstatiklik derecesi

$$n = n_k - n_d \quad (2.20)$$

yazılır ve burada n_k ve n_d 'nin sırayla (2.2.6) ve (2.2.7) eşitliklerindeki değerleri yerine konularak

$$n = \phi + n_r - 2d \quad \text{olarak bulunur.}$$

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



Şekil 2.26

Örnek 2.11

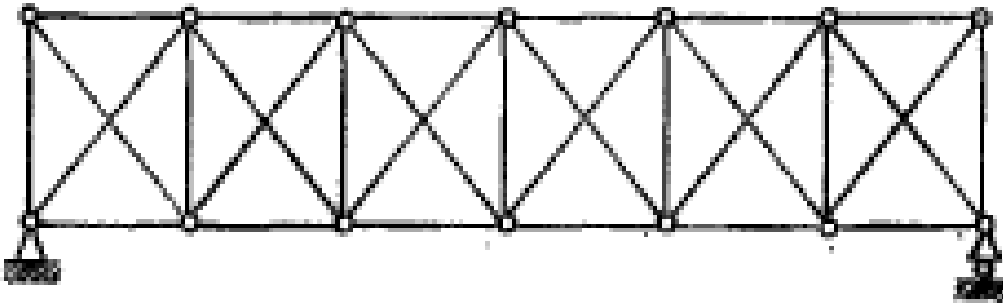
Şekil 2.26'da verilen kafes sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.



2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

Örnek 2.12

Şekil 2.27'de verilen kafes sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.



Şekil 2.27



2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri



Şekil 2.26

hesaplayınız.

Çözüm

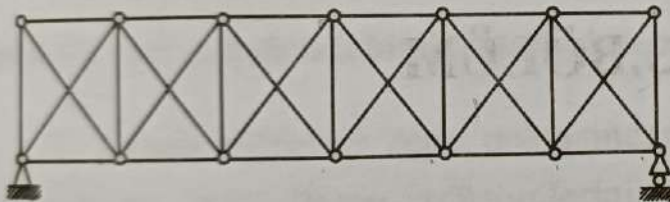
Şekil 2.26'da görülen sistemde çubuk sayısı $\chi = 19$, düğüm noktası sayısı $d=11$ ve mesnet tepkisi sayısı $n_r=4$ dür. Bu değerler (2.21) eşitliğinde yerine konularak sistemin hiperstatiklik derecesi

$$n = 19 + 4 - 2 \times 11 = 1$$

bulunur.

Örnek 2.12

Şekil 2.27'de verilen kafes sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.



Şekil 2.27

$$= \chi + n_r - 2d$$

Çözüm

Şekil 2.27'de görülen sistemde çubuk sayısı $\chi = 31$, düğüm noktası sayısı $d=14$ ve mesnet tepkisi sayısı $n_r = 3$ 'dür. Bu değerler (2.21) eşitliğinde yerine konularak sistemin hiperstatiklik derecesi

$$n = 31 + 3 - 2 \times 14 = 6$$

bulunur.

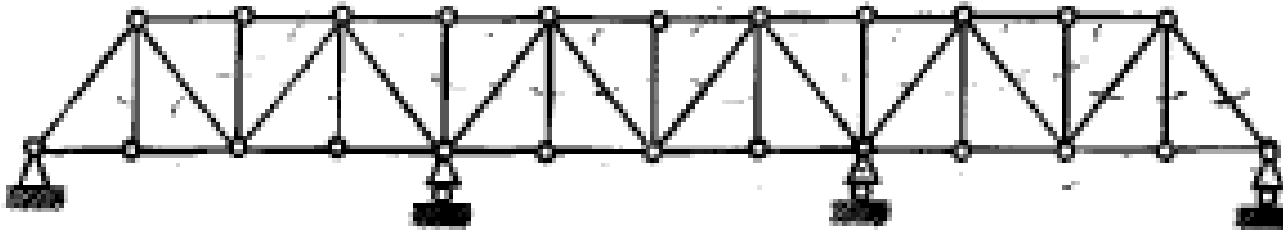
Örnek 2.13

Şekil 2.28'de verilen kafes sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.

2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

Örnek 2.13

Şekil 2.28’de verilen kafes sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.



Şekil 2.28



2. Bölüm: Kuvvet Sistemleri

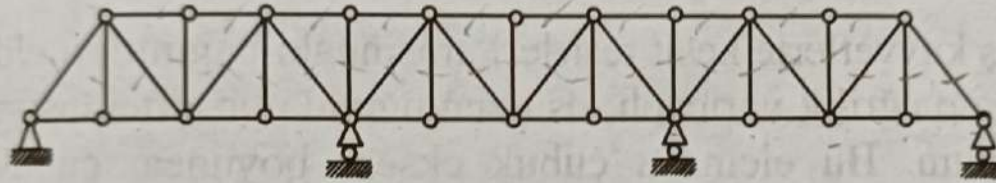
$d=14$ ve mesnet tepkisi sayısı $n_r = 5$ dir. Bu değerler (2.21) eşitliğinde yerine konularak sistemin hiperstatiklik derecesi

$$n = 31 + 3 - 2 \times 14 = 6$$

bulunur.

Örnek 2.13

Şekil 2.28'de verilen kafes sistemin hiperstatiklik derecesini hesaplayınız.



Şekil 2.28

Çözüm

Şekil 2.28'de görülen sistemde çubuk sayısı $\ç = 45$, düğüm noktası sayısı $d=24$ ve mesnet tepkisi sayısı $n_r = 5$ 'dir. Bu değerler (2.21) eşitliğinde yerine konularak sistemin hiperstatiklik derecesi

$$n = 45 + 5 - 2 \times 24 = 2$$

bulunur.

Kaynaklar



**Bu notların hazırlanmasında
Prof. Dr. İbrahim EKİZ'in
YAPI STATİĞİ I kitabından
yararlanılmıştır.**