



İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ

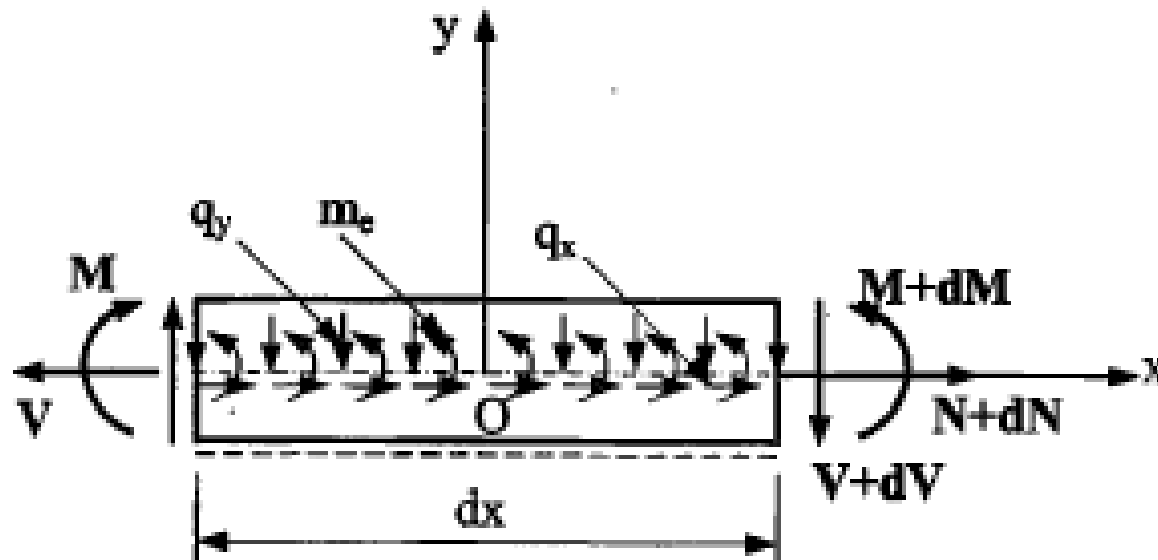
İnşaat Mühendisliği Bölümü

Yapı Statik I

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

3.1.2 Doğru eksenli çubuklarda yük ve kesit tesirleri arasındaki bağıntılar

3.1.2.1 Yayılı yükler



Şekil 3.2 Doğru eksenli diferansiyel eleman

Doğru eksenli çubuklarda dış kuvvetlerle kesit tesirleri arasındaki bağıntılar yukarıda eğri eksenli çubuklar için bulunmuş olan 3.2, 3.4 ve 3.6 eşitliklerinde $p = \infty$ ve $ds = dx$ konularak veya Şekil 3.2’de görülen diferansiyel elemana etkileyen iç ve dış kuvvetlerin x ve y eksenlerine göre izdüşümlerinin toplamı ve O noktasına göre momentlerinin toplamının sıfır olması şartı yazılarak;

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Normal kuvvet ve çubuk eksenine doğrultusunda etkiyen yayılı yük arasında

$$\frac{dN}{dx} + q_x = 0 \text{ veya } \frac{dN}{dx} = -q_x \quad (3.7a \text{ ve } b)$$

Kesme kuvveti ile çubuk eksenine dik olarak etkiyen yayılı yük arasında

$$\frac{dV}{dx} + q_y = 0 \text{ veya } \frac{dV}{dx} = -q_y \quad (3.8a \text{ ve } b)$$



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Eğilme momenti, Kesme kuvveti ve çubuk eksenini boyunca etkiyen yayılı moment arasında

$$\frac{dM}{dx} - V + m_e = 0 \text{ veya } \frac{dM}{dx} = V - m_e \quad (3.9a \text{ ve } b)$$

bağıntıları elde edilir.

Genel olarak sistem üzerinde m_e yayılı momentine pratikte çok az rastlanır. Bu bakımdan m_e yayılı momentinin sıfır olması özel durumunda (3.9) eşitliklerinde $m_e = 0$ konularak

$$\frac{dM}{dx} - V = 0 \text{ veya } \frac{dM}{dx} = V \quad (3.10a \text{ ve } b)$$



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

elde edilir. Diğer taraftan (3.10b) eşitliğinin türevi alınarak

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} \quad (3.11)$$

ve burada dV/dx yerine (3.8b) eşitliğindeki değeri konularak eğilme momenti ve çubuk eksenine dik olarak etkiyen yayılı yük arasında

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -q_y \quad (3.12)$$

diferansiyel bağıntısı elde edilir.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

$$\frac{dN}{dx} = -q_x \quad \frac{dV}{dx} = -q_y \quad \frac{dM}{dx} = V \quad \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q_y$$

1- Çubuk eksenini doğrultusunda etkiyen q_x yayılı yükünden dolayı eğilme momenti ve kesme kuvvetinde bir değişme meydana gelmez, sadece normal kuvvette değişme meydana gelir. Çubuğun q_x yayılı yük ile yüklü uzunluğu boyunca herhangi bir kesitteki normal kuvvet diyagramının teğetinin eğimi ters işaretli o kesitteki q_x yayılı yükü şiddetine eşittir.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

$$\frac{dN}{dx} = -q_x \quad \frac{dV}{dx} = -q_y \quad \frac{dM}{dx} = V \quad \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q_y$$

2- Çubuk eksenine dik doğrultuda etkiyen q_y yayılı yükünden dolayı normal kuvvette bir değişme meydana gelmez, kesme kuvveti ve eğilme momentinde değişme meydana gelir. Çubuğun q_y yayılı yük ile yüklü uzunluğunca herhangi bir kesitteki kesme kuvveti diyagramının teğetinin eğimi ters işaretli o kesitteki q_y yayılı yükü şiddetine eşittir.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

$$\frac{dN}{dx} = -q_x \quad \frac{dV}{dx} = -q_y \quad \frac{dM}{dx} = V \quad \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q_y$$

3- Çubuğun q_y yayılı yük ile yüklü uzunluğunca herhangi bir kesitteki eğilme momenti diyagramının teğetinin eğimi o kesitteki kesme kuvvetine eşittir.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

$$\frac{dN}{dx} = -q_x \quad \frac{dV}{dx} = -q_y \quad \frac{dM}{dx} = V \quad \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q_y$$

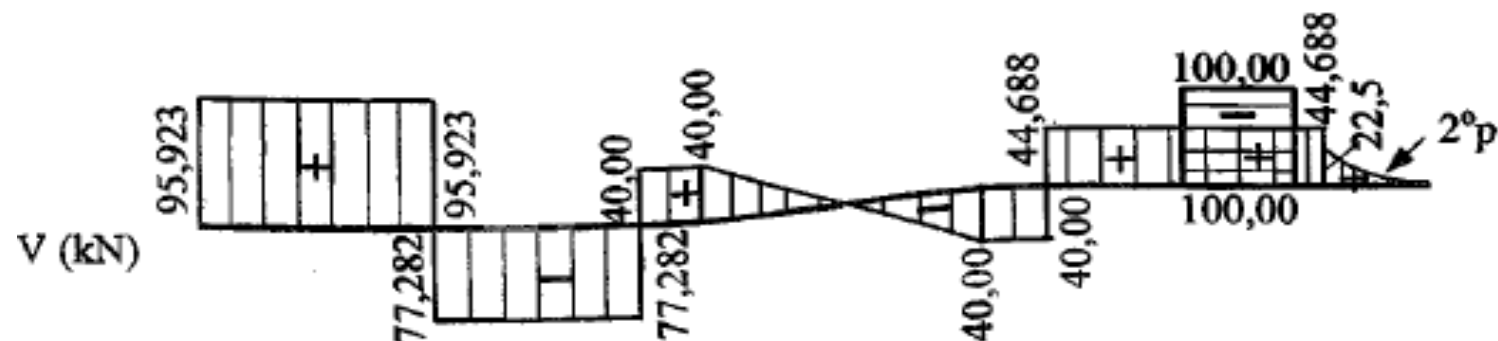
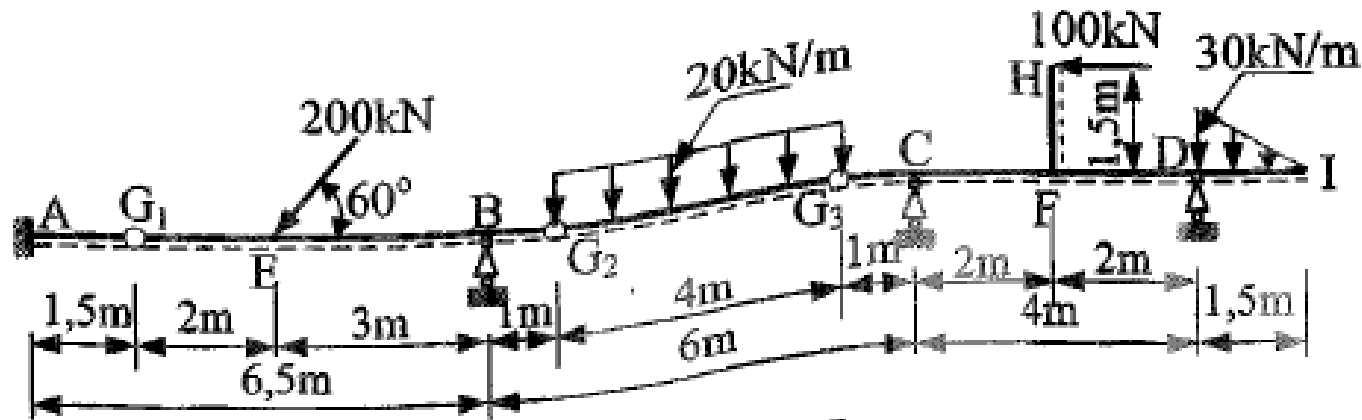
4- Normal kuvvetin değişimi, $q_x=0$ iken sabit, q_x sabit iken doğrusal, q_x doğrusal iken ikinci derece, q_x ikinci derece iken 3. derece.... dir.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

$$\frac{dN}{dx} = -q_x \quad \frac{dV}{dx} = -q_y \quad \frac{dM}{dx} = V \quad \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q_y$$

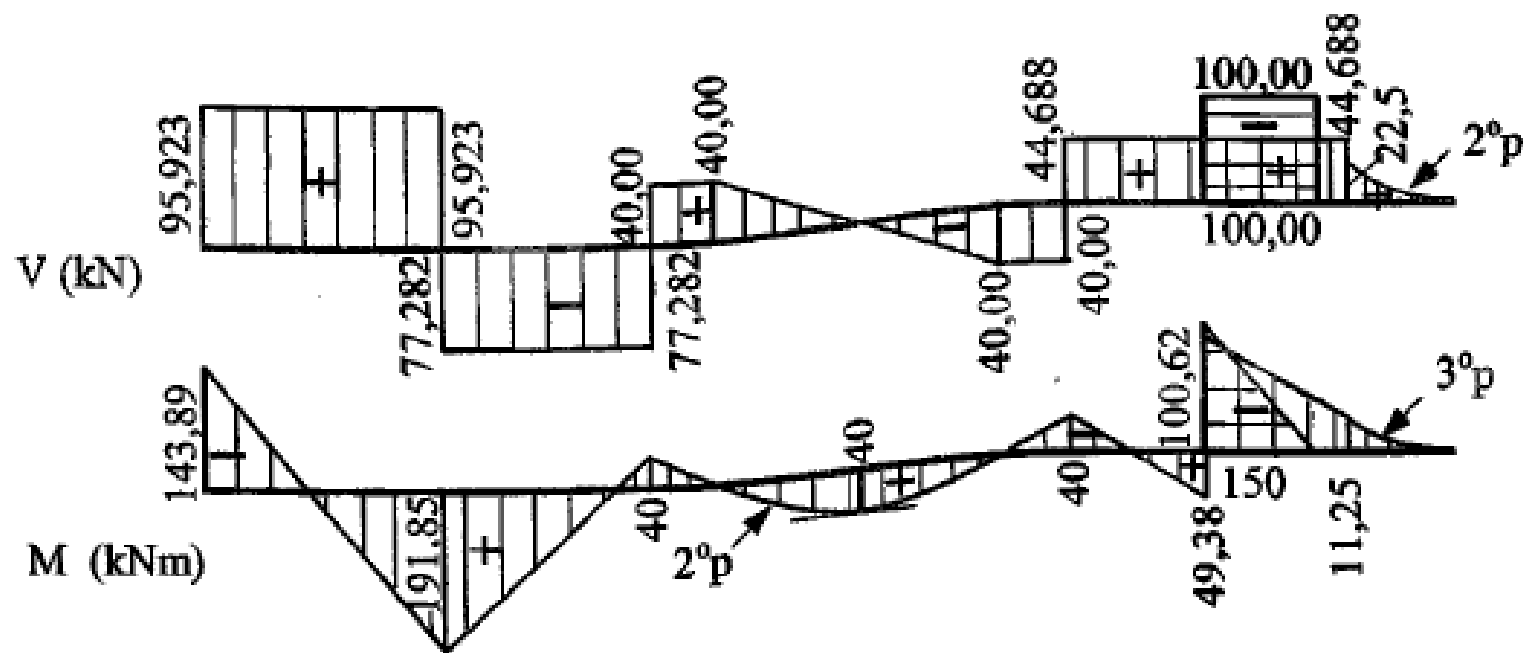
5- Kesme kuvvetinin değişimi, $q_y=0$ iken sabit, q_y sabit iken doğrusal, q_y doğrusal iken ikinci derece, q_y ikinci derece iken 3. derece..... dir.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

$$\frac{dN}{dx} = -q_x \quad \frac{dV}{dx} = -q_y \quad \frac{dM}{dx} = V \quad \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q_y$$

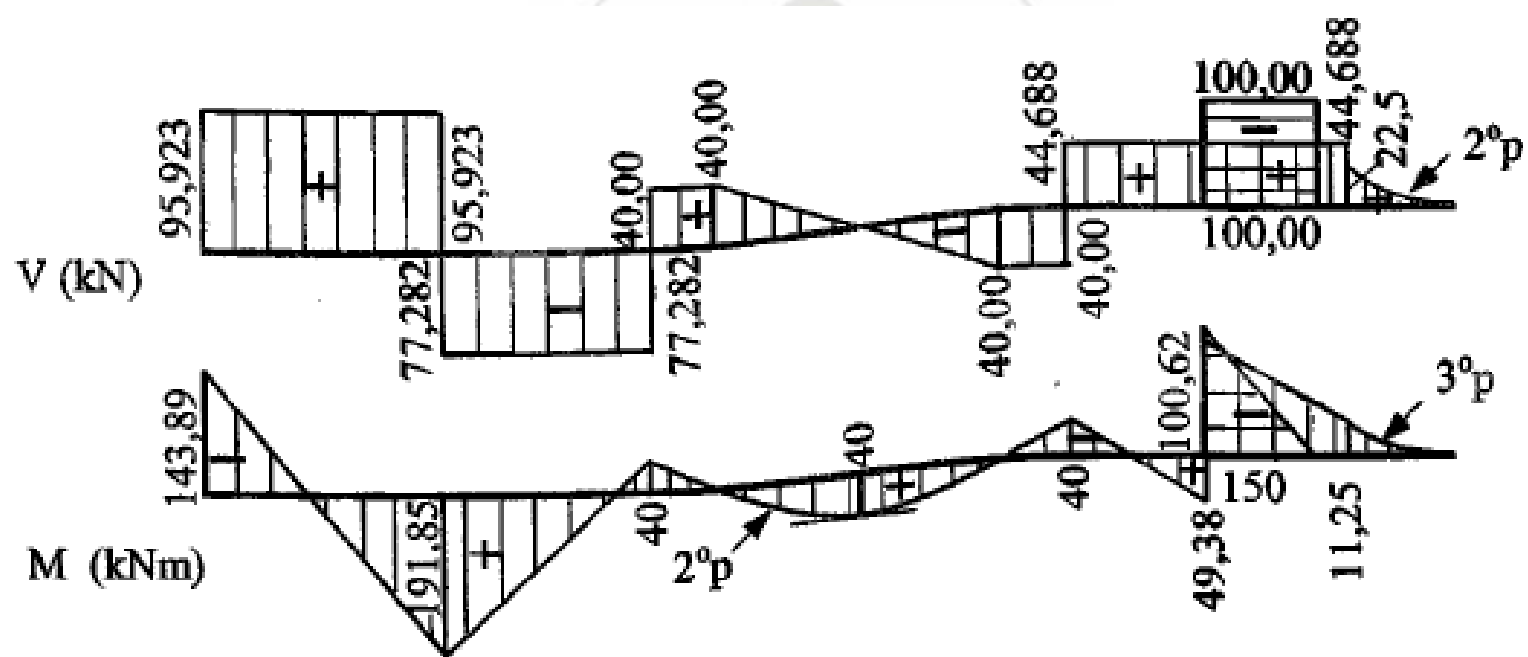
6- Eğilme momentinin değişimi, kesme kuvveti sıfır iken sabit, kesme kuvveti sabit iken doğrusal, kesme kuvveti doğrusal iken ikinci derece, kesme kuvveti ikinci derece iken 3. derece..... dir. Veya $q_y=0$ iken doğrusal, q_y sabit iken ikinci derece, q_y doğrusal iken üçüncü derece, q_y ikinci derece iken 4. derece..... dir.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

$$\frac{dN}{dx} = -q_x \quad \frac{dV}{dx} = -q_y \quad \frac{dM}{dx} = V \quad \frac{d^2M}{dx^2} = \frac{dV}{dx} \quad \frac{d^2M}{dx^2} = -q_y$$

7- Yayılı yük bölgesinde, normal kuvvetin ekstrem değerleri q_x 'in sıfır olduğu, kesme kuvvetinin ekstrem değerleri q_y 'nin sıfır olduğu yerde ve eğilme momentinin ekstrem değerleri kesme kuvvetinin sıfır olduğu yerdedir.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

3.2 Kesit Tesirleri Diyagramları

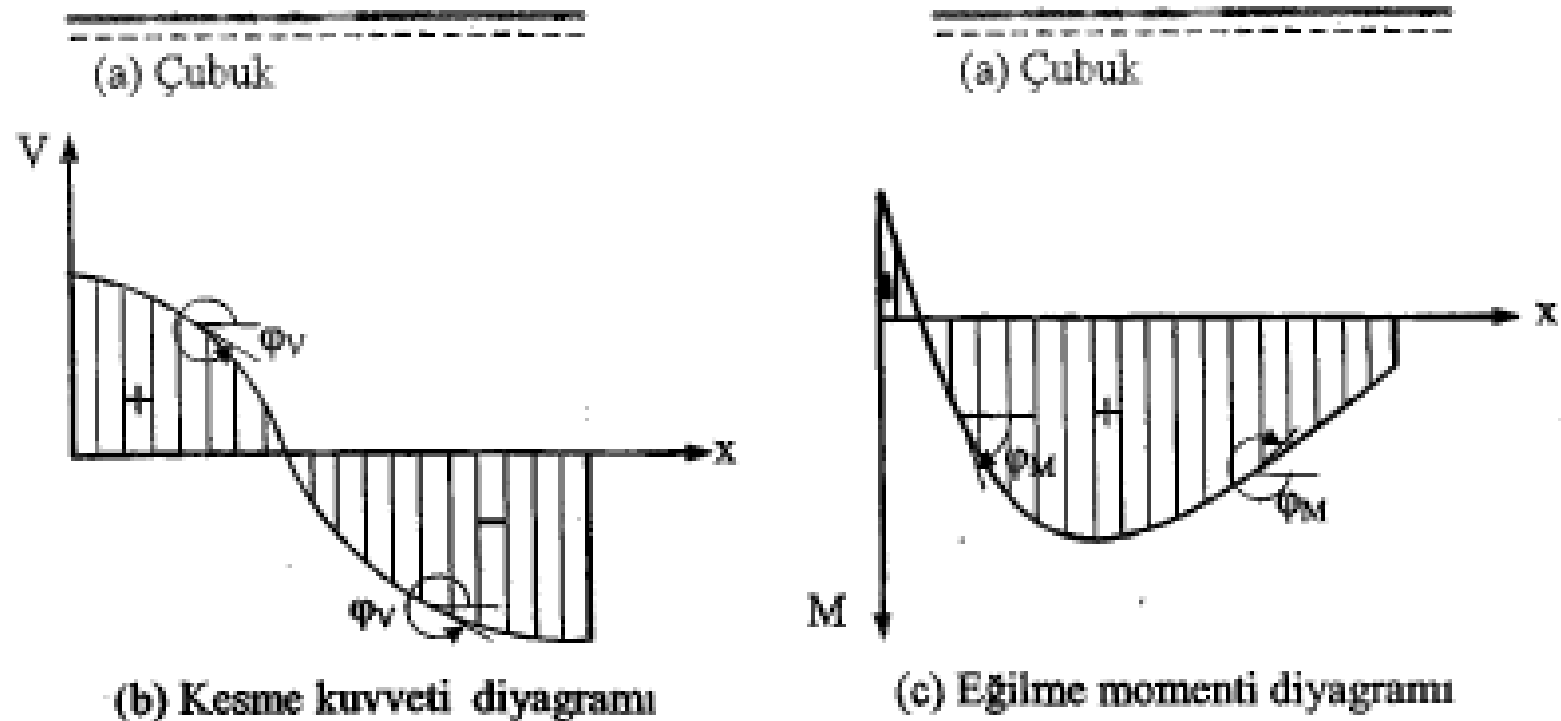
Bir çubuk üzerinde belirli bir yükten meydana gelen, belirli bir kesit tesirinin çubuk eksenı boyunca değışimini gösteren grafiklere o kesit tesirine ait kesit tesiri diyagramı denir. Bu diyagramı çizebilmek için önce kesit tesirinin değışimini belirlemek gerekir.

Kesit tesirleri diyagramı belirli bir ölçekte çizilmiş sistemin çubuk eksenı üzerine, belirli bir ölçekle çizilir ve diyagram çubuk eksenine dik taranıp işareti ve kesit tesirlerinin değeri üzerine yazılır.



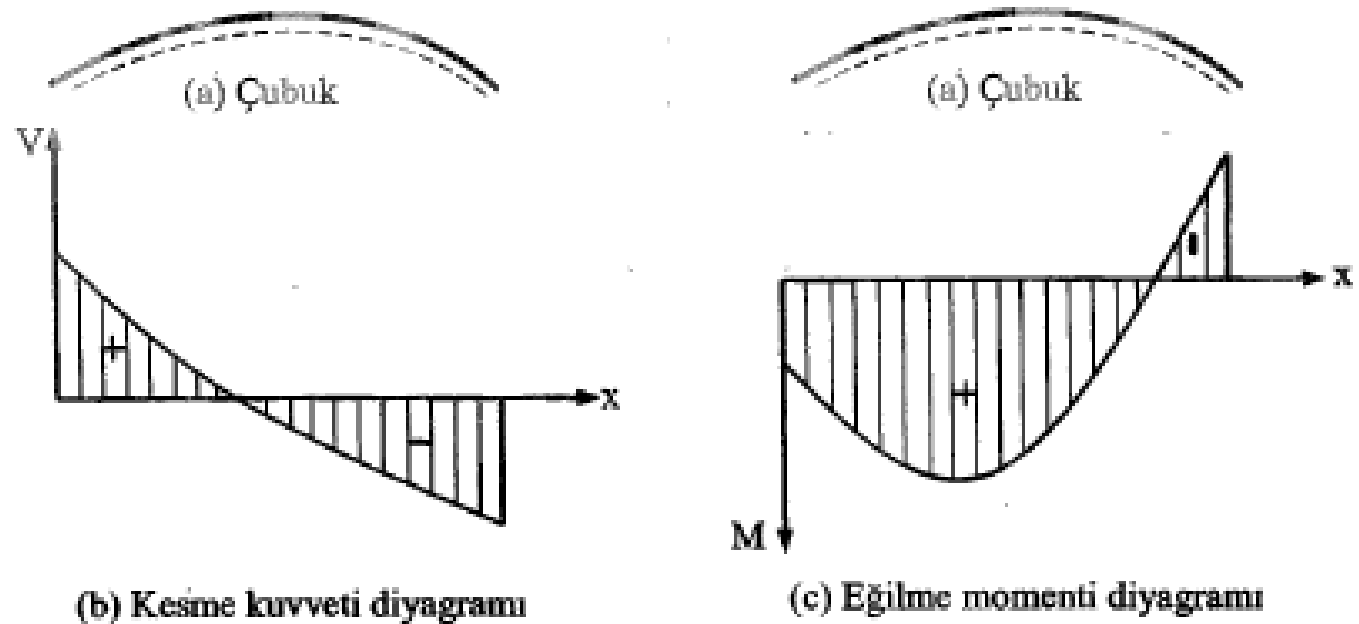
3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Genel olarak düzlem sistemlerde, M eğilme momenti diyagramında pozitif (+) değerler bakış yönünü tarafına, kesme kuvveti ve normal kuvvet diyagramlarında pozitif değerler bakış yönü tersi tarafına çizilir. Şekil 3.9 ve Şekil 3.10'da kesit tesirlerinin pozitif yönleri gösterilmiştir.



Şekil 3.9 Doğru eksenli çubuk

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

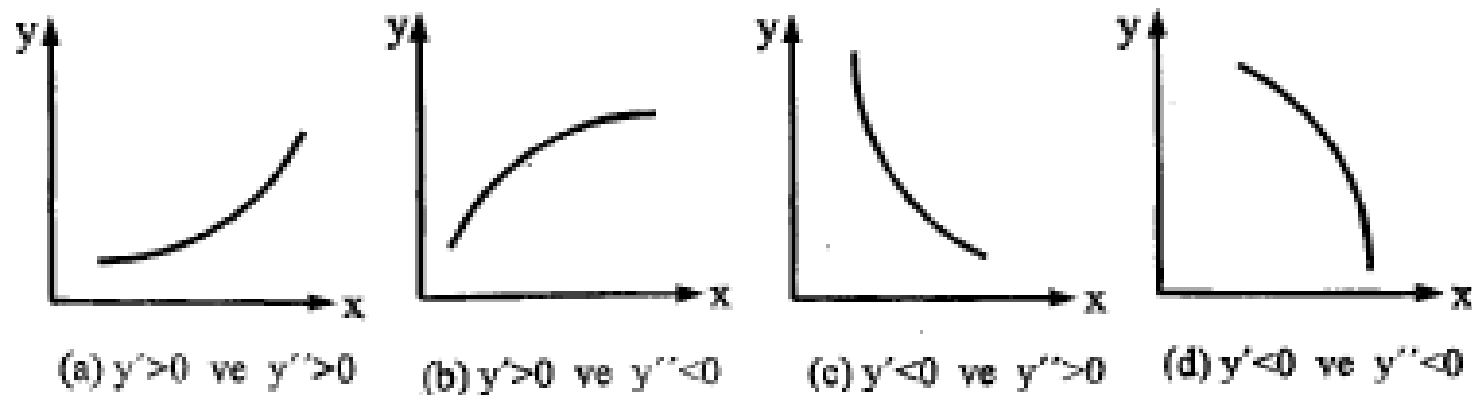


Şekil 3.10 Eğri eksenli çubuk

$$\begin{array}{ll} \text{Normal kuvvet için} & \text{tg}\varphi_N = -q_x \\ \text{Kesme kuvveti için} & \text{tg}\varphi_V = -q_y \\ \text{Eğilme momenti için} & \text{tg}\varphi_M = V \end{array} \quad \frac{dN}{dx} = -q_x \quad \frac{dV}{dx} = -q_y \quad \frac{dM}{dx} = V$$

olduğu önceki bölümlerde açıklamıştır. Eğrisel diyagramlarda, eğrinin iki ucunda teğet olan doğrular çizilir ve bu noktalarda bu doğrulara teğet olacak şekilde eğriler çizilir.

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı



Şekil 3.11 Fonksiyonları Türev (y') ve ikinci türevin (y'') işaretlerine göre eğrilik şekilleri

Diyagramın eğrilikleri matematikten de bilindiği gibi kesit tesirleri fonksiyonlarının türevi ve ikinci türevine bağlı olarak Şekil 3.11'de görüldüğü gibi de çizilir.

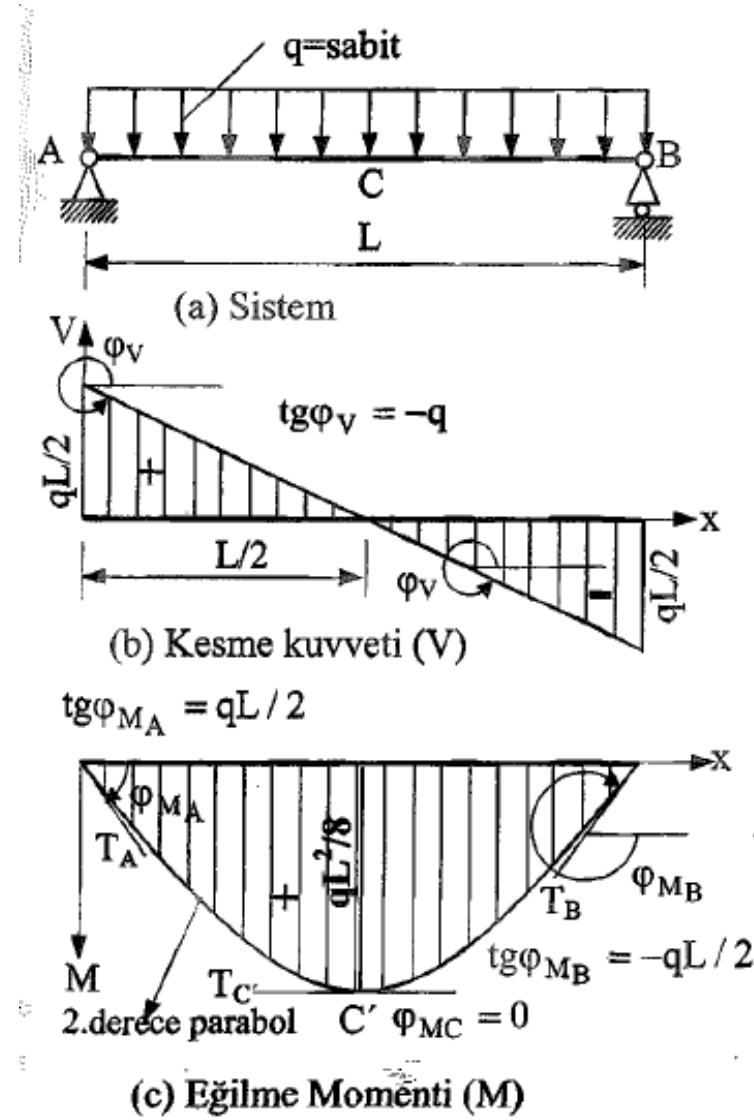
3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Kesme kuvveti diyagramının değişimi doğrudan çubuk eksenine dik etkiyen dış kuvvete ve eğilme momenti diyagramının değişimi de öncelikle kesme kuvvetine bağlıdır. Bu bakımdan önce dış yüke bakarak kesme kuvveti diyagramını ve sonra kesme kuvvetine bakarak eğilme momenti diyagramını çizmek kolaylık sağlar.

Normal kuvvet diyagramları da kesme kuvvetinde olduğu gibi çubuk eksenini doğrultusunda etkiyen yayılı yüke bakarak çizilir. Eğer yük sıfır ise normal kuvvet sabit, yük sabit ise normal kuvvet doğrusal ve yük doğrusal ise normal kuvvet 2.derece parabolüdür.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Şekil 3.12(a)'da yük sabit olduğuna göre kesme kuvveti doğrusal olacaktır. Bir doğruyu çizmek için iki noktasının bilinmesi yeterli olduğundan Şekil 3.12(b)'de A noktasından $qL/2$ ve B noktasından $-qL/2$ ordinatları alınıp birleştirilerek kesme kuvveti diyagramı elde edilir. Bu doğrunun eğimi $tg\phi_v = -q$ 'dur. Kesme kuvveti doğrusal olduğuna göre eğilme momenti 2.derece parabol olacaktır. Bir parabolü çizmek için en az üç noktasının koordinatının belli olması gerekir. Şekil 3.12(c)'de bu noktalar A mesnedi, B mesnedi ve eğilme momentinin en büyük olduğu C noktasıdır. A ve B noktalarında eğilme momenti sıfır ve C noktasında $qL^2/8$ 'dir. Önce C noktasından $qL^2/8$ ordinatı alınarak C' noktası bulunur.

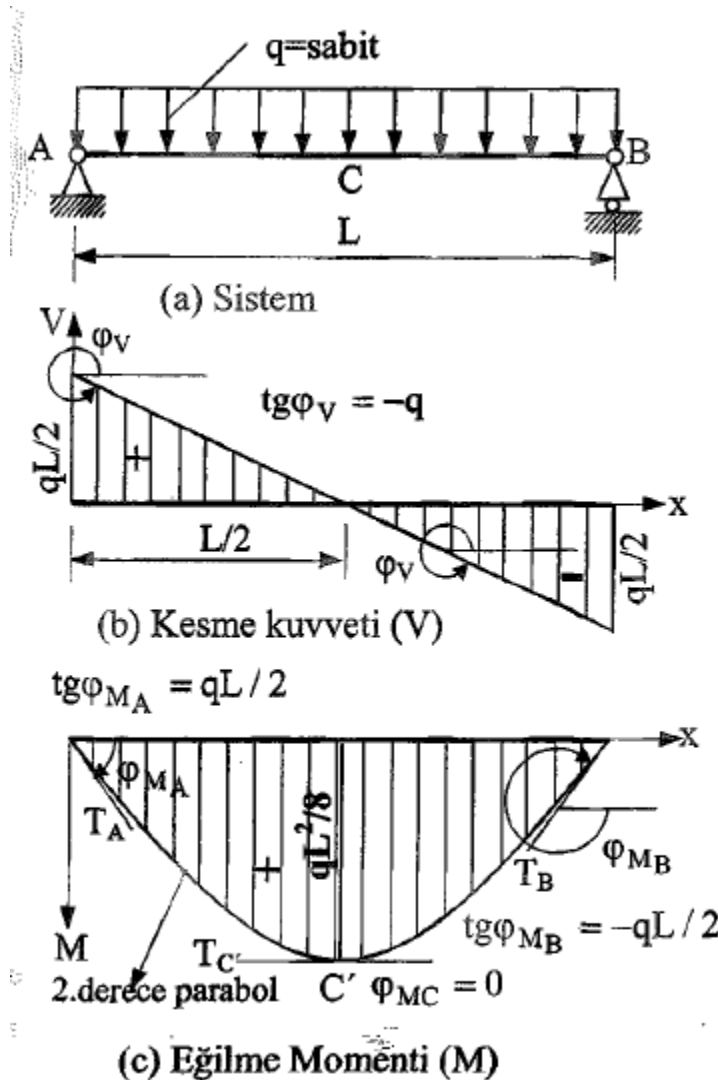


3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Diğer yandan eğrinin A noktasındaki T_A teğetinin eğimi

$\text{tg}\varphi_{MA} = V_{AB} = qL/2$ ve B noktasındaki T_B teğetinin eğimi $\text{tg}\varphi_{MB} = V_{BA} = -qL/2$ 'dir. Eğilme

momentinin en büyük olduğu C' noktasındaki T_C teğetinin eğimi $\text{tg}\varphi_{MC} = V_C = 0$ 'dır.

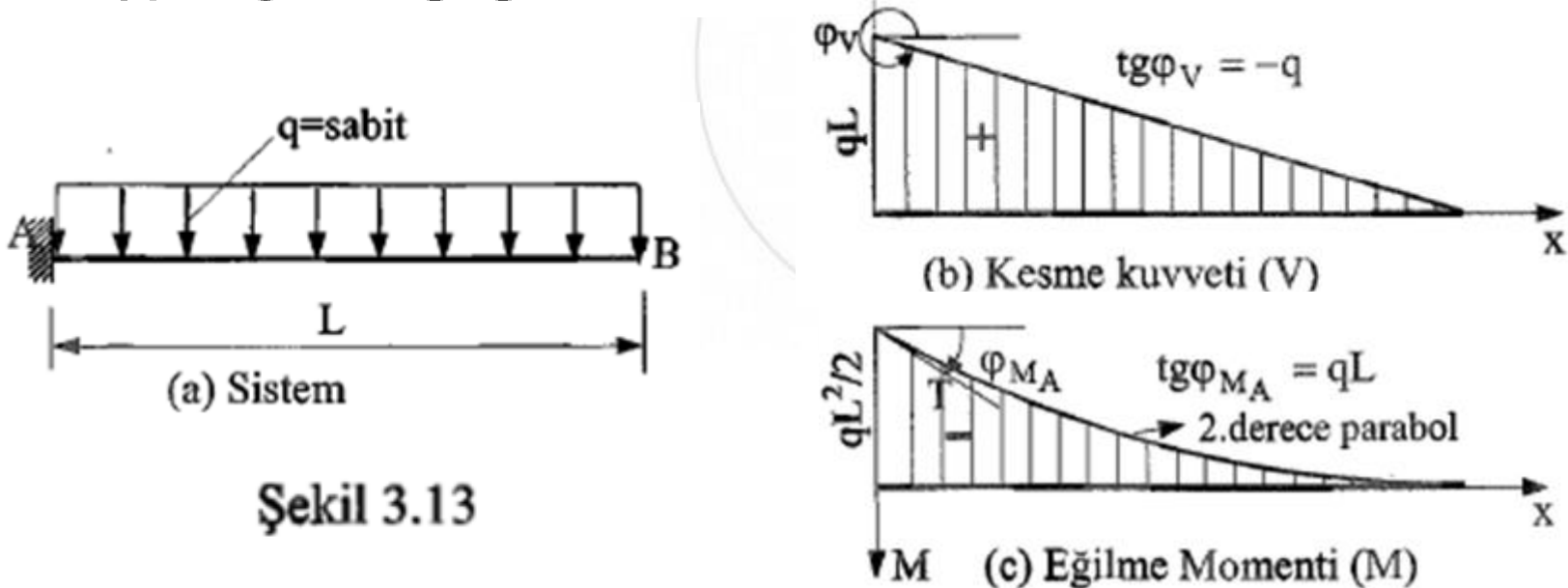


Şekil 3.12

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

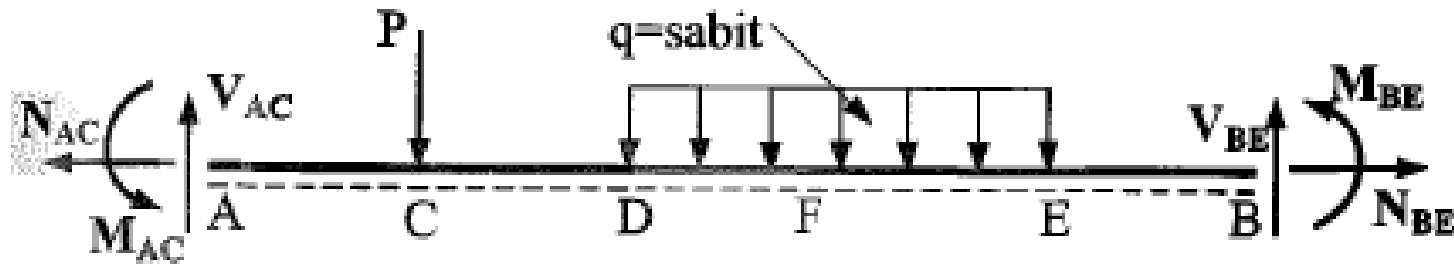
Şekil 3.13(a)'da yük sabit olduğundan kesme kuvveti doğrusal olacaktır.

Şekil 3.13 b'(b)'de görüldüğü gibi A noktasından qL ve B noktasından 0 ordinatları alınıp birleştirilerek kesme kuvveti diyagramı elde edilir. Bu doğrunun eğimi $\text{tg}\phi_V = -q$ 'dur. Kesme kuvveti doğrusal olduğuna göre eğilme momenti 2.derece parabol olacaktır. Bu parabolün A noktasındaki ordinatı $-qL^2/2$ ve B noktasındaki ordinatı sıfırdır. Ayrıca A noktasındaki teğetinin eğimi qL ve B noktasındaki teğetinin eğimi sıfırdır ve bu nedenle eğri B noktasında çubuk eksenine teğet olmalıdır. Bu durumda A noktasında eğimi qL olan doğruya ve B noktasında çubuk eksenine paralel doğruya teğet olan 2.derece parabol Şekil 3.13(c)'de görüldüğü gibi çizilir.

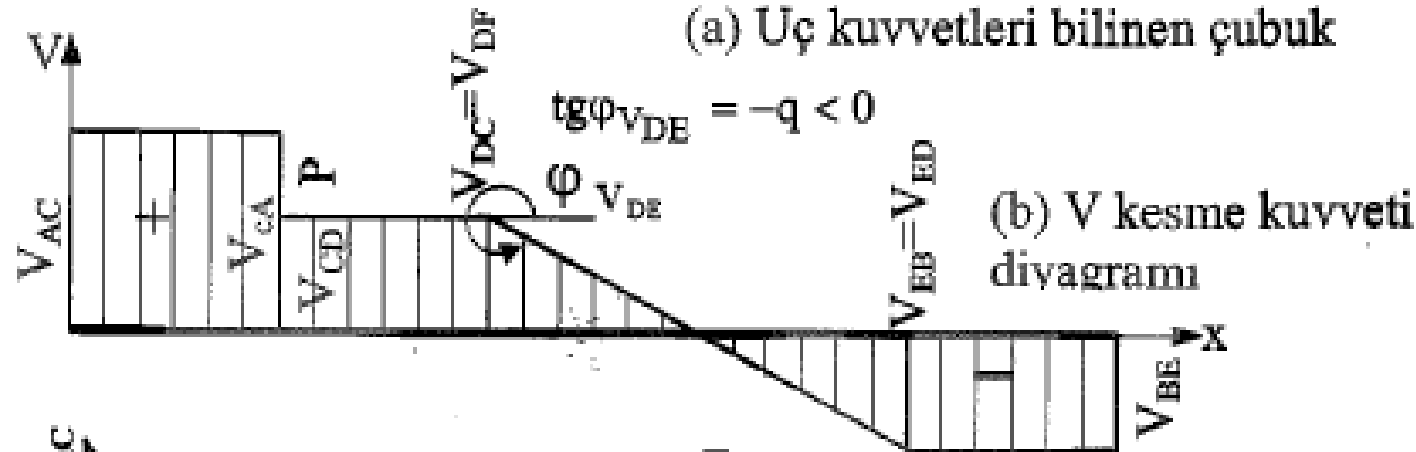


Şekil 3.13

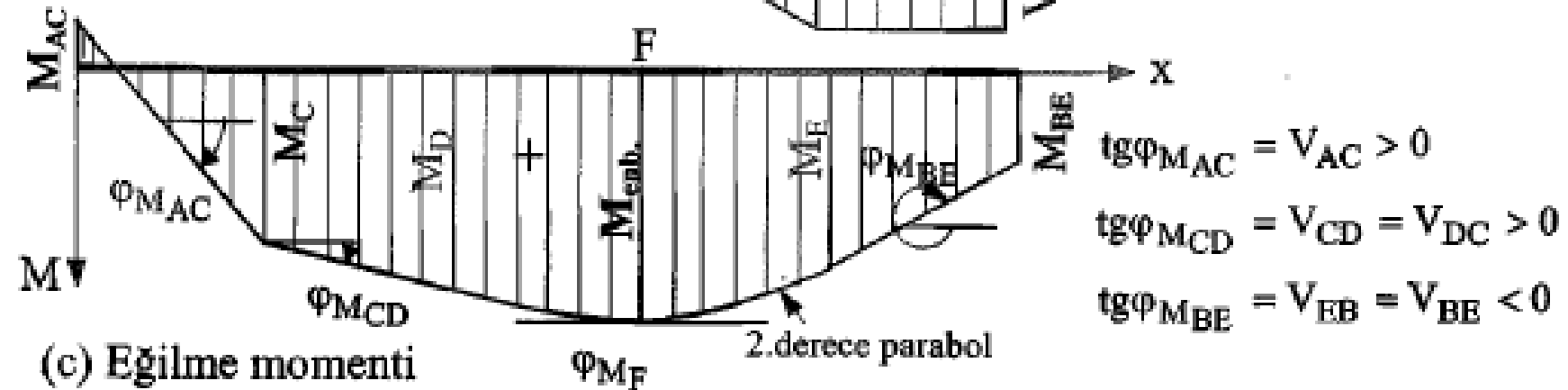
3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı



(a) Uç kuvvetleri bilinen çubuk



(b) V kesme kuvveti diyagramı



(c) Eğilme momenti diyagramı

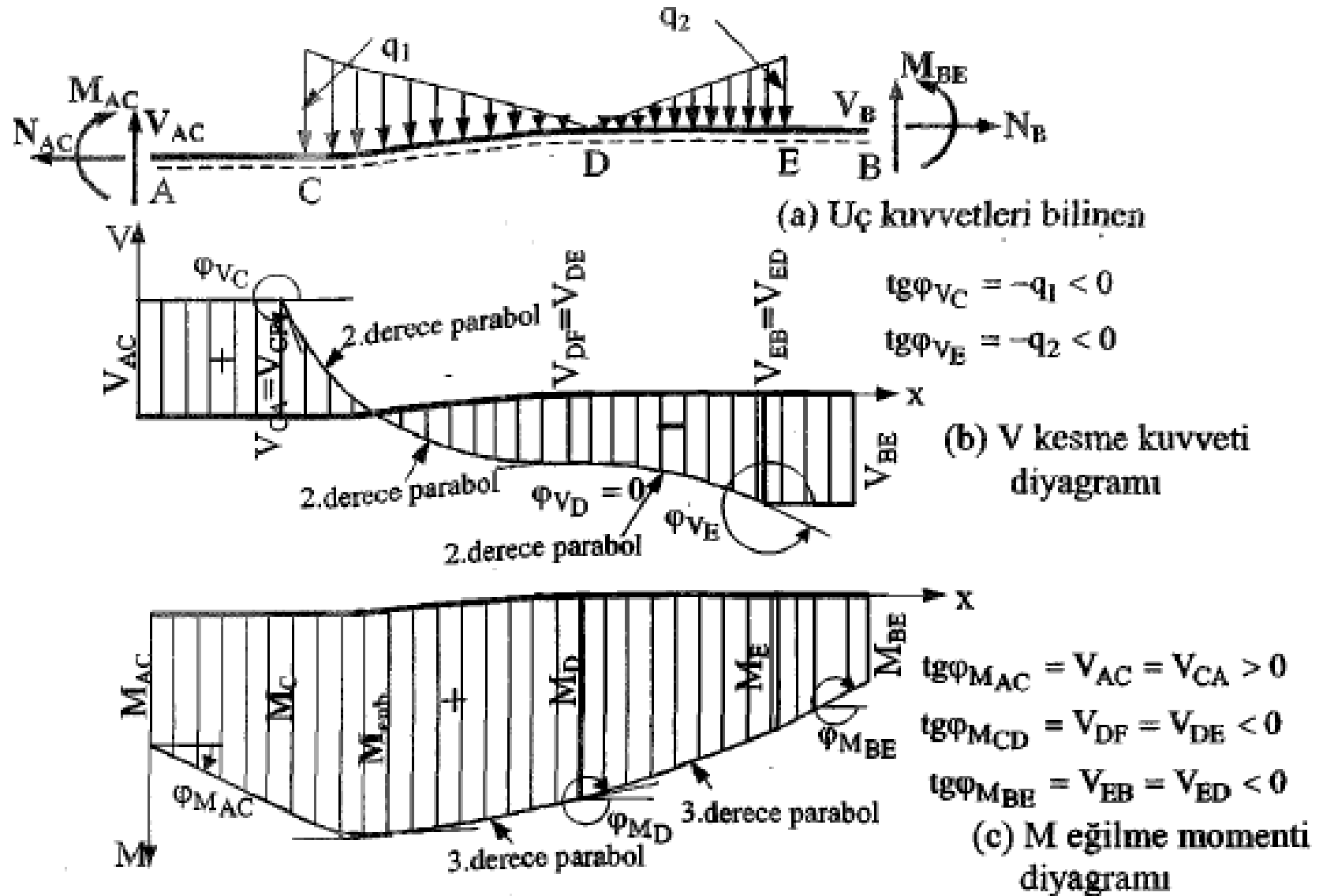
Şekil 3.16 Tekil ve sabit yük etkisi

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Şekil 3.16(a)'da verilen çubuğun A ve B uçlarındaki kesit tesirlerinin bilinmesi durumunda kesme kuvveti diyagramı Şekil 3.16(b) ve eğilme momenti diyagramı Şekil 3.16(c)'de gösterilmiştir. Şekil 3.16(b)'den de görüldüğü gibi AC, CD ve EB arasında yük olmadığından bu kısımlarda kesme kuvveti sabit, eğilme momenti doğrusal, DE arasında sabit yük bulunduğundan bu kısımda kesme kuvveti doğrusal ve eğilme momenti 2.derece parabolüdür. Çubuk üzerinde çubuk eksenine paralel kuvvet olmadığından çubuk uzunluğu boyunca normal kuvvet sabit olduğundan burada diyagramı ayrıca çizilmemiştir.



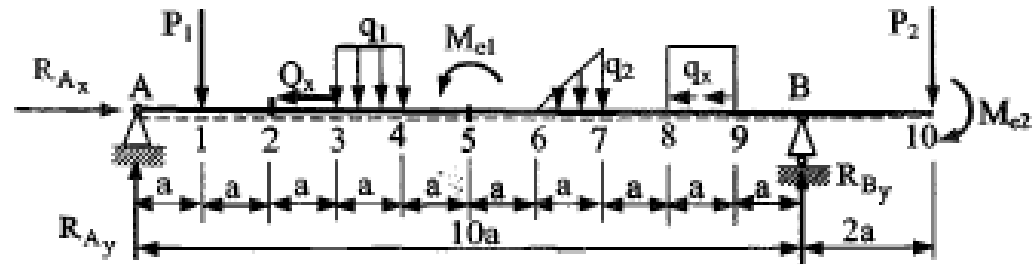
3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı



Şekil 3.17 İki eğrilikli doğrusal yük etkisi

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Örnek 3.5

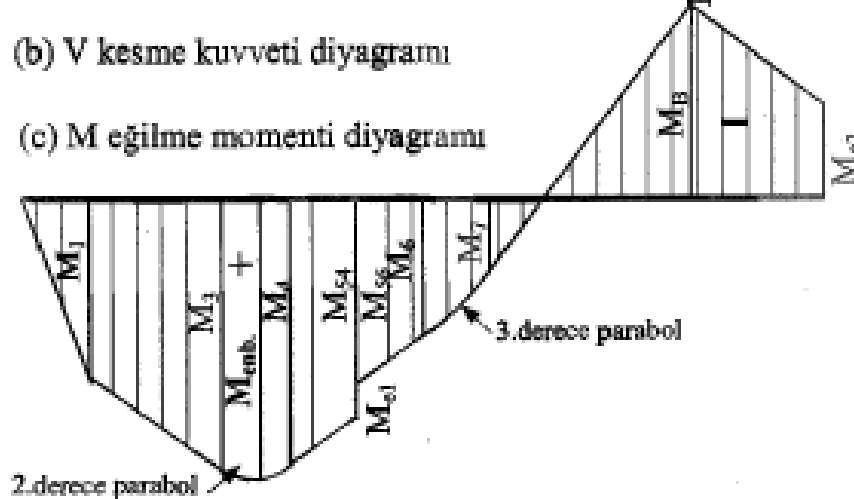


(a) Değişik yükler altındaki taşıyıcı sistem



(b) V kesme kuvveti diyagramı

(c) M eğilme momenti diyagramı



(d) N Normal kuvvet diyagramı

Şekil 3.19

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

3.3 Kesit Tesirlerinin Hesabı

Bir sistemde kesit tesirlerinin hesaplanabilmesi için:

1- Sisteme etkiyen dış yükler belirlenir. Dış yüklerin neler olduğu, ne şekilde etkileyeceği ve değerlerinin ne olacağı 1.3 paragrafında detaylı olarak verilmiştir.

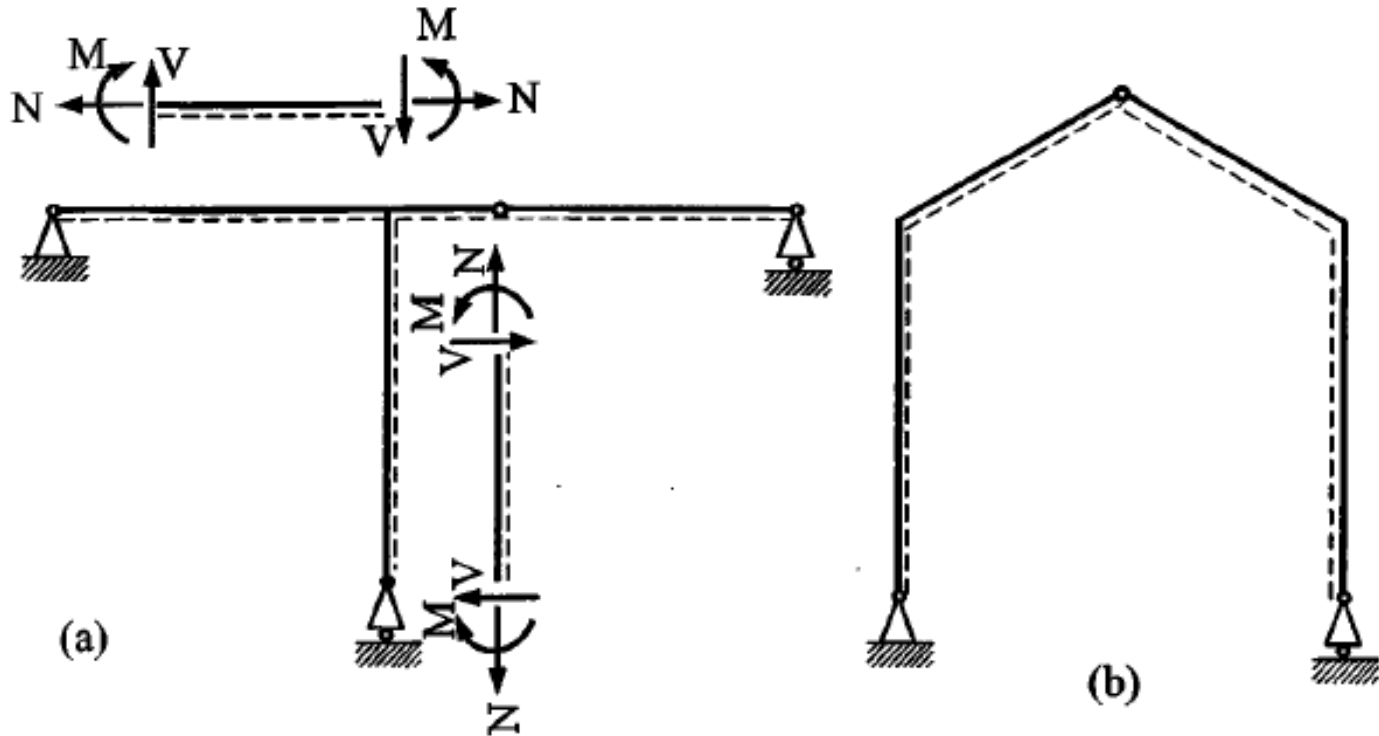
2- Sistemin hiperstatiklik derecesi belirlenir. Yapı statığı 1 dersinde izostatik sistemler incelendiğinden sistemin izostatik olup olmadığı belirlenir.

3- Sistemin mesnet tepkileri, doğrultuları belirlenir ve şiddetleri hesaplanır. 1.4.2.1 paragrafında mesnet çeşitleri ve bu mesnetlerde meydana gelecek tepkilerin neler olduğu verilmiştir. İleride 3.4.1 paragrafında mesnet tepkilerin hesaplanması detaylı olarak verilecektir.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

4- Sistem üzerinde bakış yönleri belirlenir. Bakış yönü, genelde yatay ve eğimli elemanlarda alt kısımlar, düşey elemanlarda iç kısımlar olarak belirlenir. Şekil 3.20'de değişik sistemlerde bakış yönleri gösterilmiştir. Şekil 3.20(a)'da yatay kirişin alt kenarı ve tek bir kolon olduğu için kolonun sağ tarafı bakış yönü olarak seçilmiştir. Şekil 3.20(b)'deki tek katlı tek açıklıklı çerçevede eğik elemanların alt tarafı, kolonların iç tarafı bakış yönü olarak belirlenmiştir.

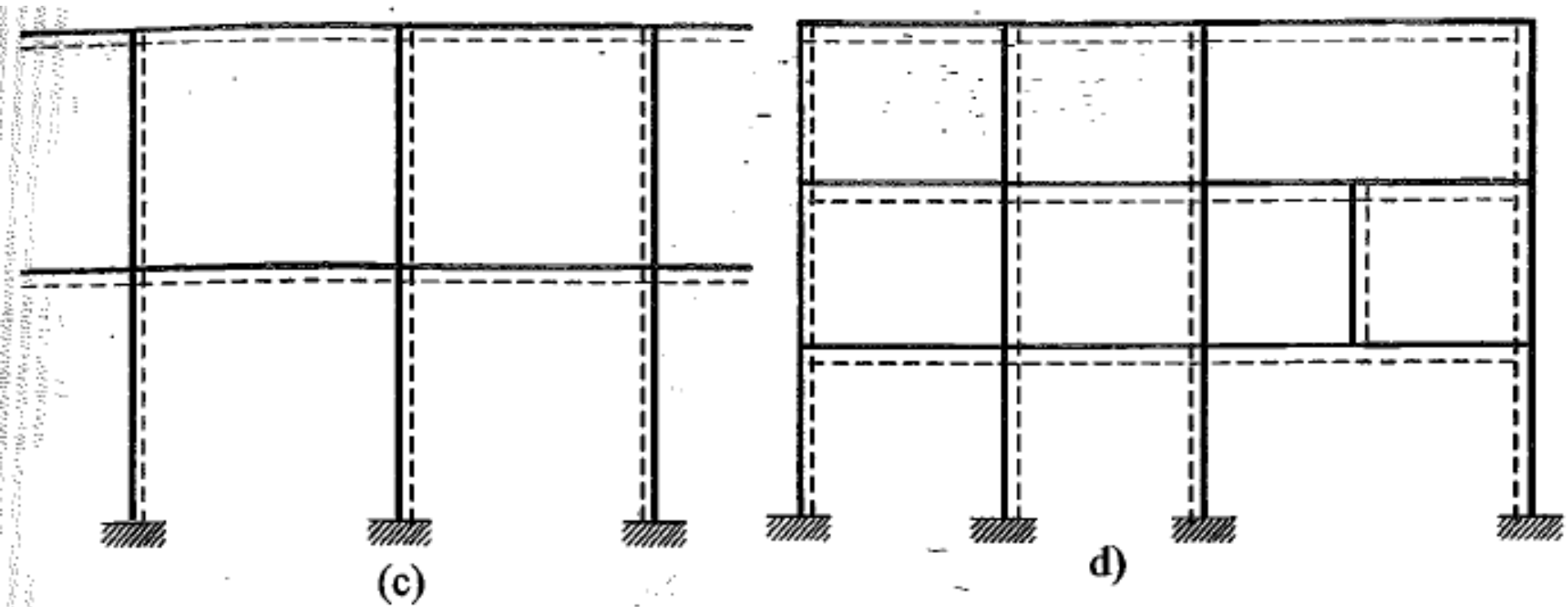


Şekil 3.20 Bazı sistemlerde bakış yönleri

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Şekil 3.20(c)'deki iki katlı ve iki açıklıklı sistemde tüm kirişlerin alt tarafı, dıştaki kolonların iç tarafı ve ortadaki kolonun sağ tarafı bakış yönü olarak belirlenmiştir.

Şekil 3.20(d)'deki sistemde tüm kirişlerin alt tarafı sol taraftan birinci ve ikinci kolonun sağ tarafı, sağdan birinci ve ikinci kolonun sol tarafları ve 2.kattaki tek kolonun sağ tarafı bakış yönü olarak seçilmiştir.



Şekil 3.20 Bazı sistemlerde bakış yönleri

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

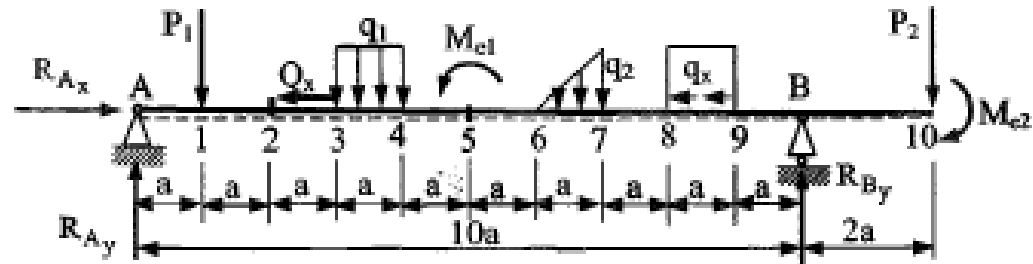
5- Tüm sistem üzerinde karakteristik (kritik) kesitler belirlenir ve bunlar genellikle bir büyük harf, küçük harf veya sayılarla isimlendirilir. Bu karakteristik kesitler şunlardır:

- a) Mesnetler, mafsallar ve düğüm noktaları gibi çubuğun süreksiz noktaları
- b) Tekil yüklerin etkidiği noktalar
- c) Yayılı yüklerin başlangıç ve süreksizlik noktaları

6- Sistemin genelinde veya noktalar arasında uygun bir koordinat eksen seçilerek kesit tesirlerinin değişimleri diferansiyel bağıntılardan veya genel denge denklemlerinden yazılır, noktanın bulunduğu ordinatlar konularak kritik kesitlerdeki kesit tesirleri hesaplanır, veya sistem üzerindeki her kritik kesitte denge şartı yazılarak kesit tesirleri doğrudan doğruya bulunur. Bu konu ileride örneklerle detaylı olarak incelenecektir.

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Örnek 3.5

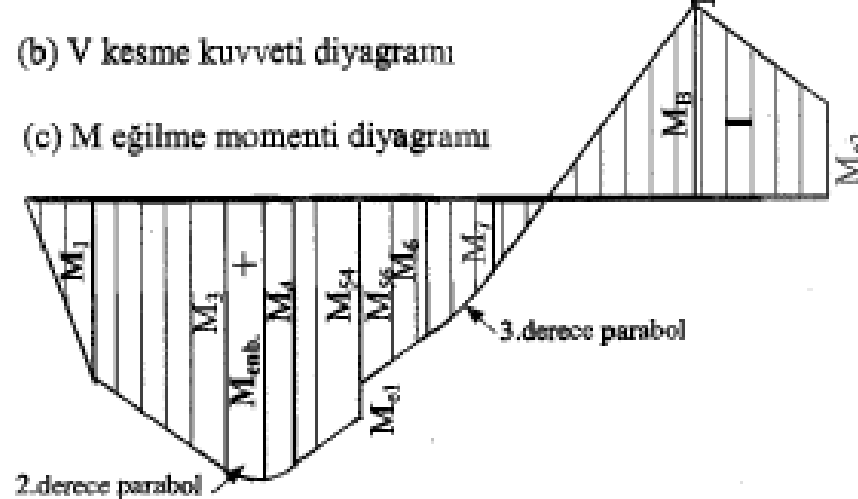


(a) Değişik yükler altındaki taşıyıcı sistem



(b) V kesme kuvveti diyagramı

(c) M eğilme momenti diyagramı



(d) N Normal kuvvet diyagramı

Şekil 3.19

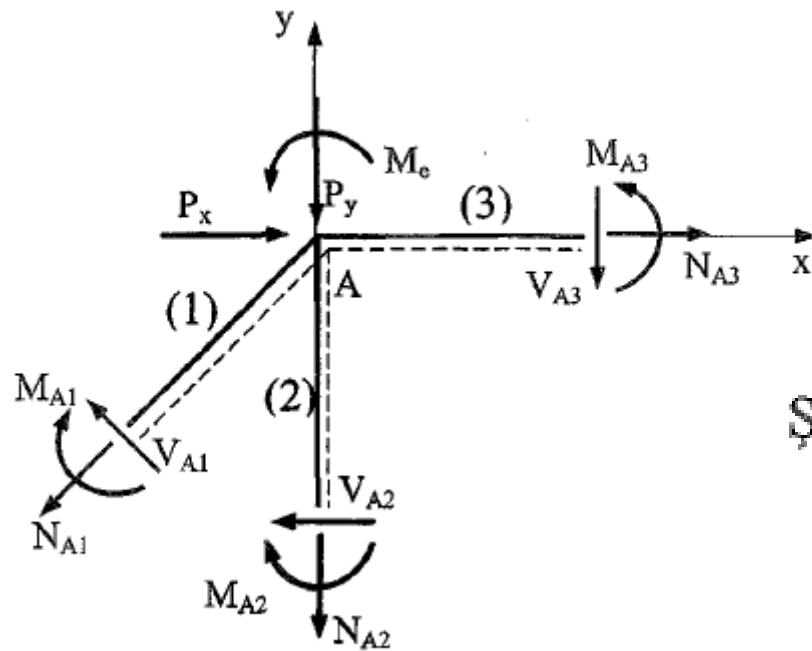
3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

7- Kritik kesitlerin yayılı yük bölgesinde, kesme kuvvetinin işaret değiştirmesi durumunda bu bölgelerde kesme kuvvetinin ifadesi sıfıra eşitlenerek eğilme momentinin en büyük olduğu yer ve buna bağlı olarak da değeri hesaplanır.

8- Yayılı yük bölgelerinde daha sağlıklı diyagram çizimi yapabilmek veya özellikle değişken kesitli çubuklarda sağlıklı kesit tayini yapabilmek için bu bölgelerde arada bazı kesitlerde de kesit tesiri hesaplanır.

9- Hesaplanan değerlerin doğruluğu kontrol edilir. Bu kontrol sağ tarafın denge şartlarından bulunan değerlerle sol tarafın denge şartlarından bulunan değerlerin eşit olması şartından ve/veya düğüm noktalarının dengesi şartından bulunur. Bilindiği gibi her düğüm noktası, üzerindeki dış kuvvetler ve çubuklardaki kesit tesirleri altında dengededir.

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı



Şekil 3.21 Dış kuvvetler ve iç kuvvetlerin etkisi altındaki bir düğüm noktası

Şekil 3.21'deki düğüm noktasında birleşen çubuk uçlarındaki kesit tesirlerinin doğru olması için

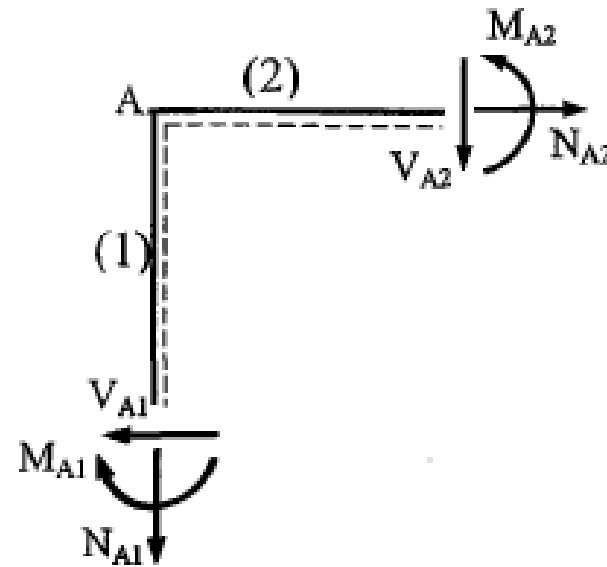
$$\sum P_x = 0 \quad ; \quad F(V_{A1}, V_{A2}, V_{A3}, N_{A1}, N_{A2}, N_{A3}, P_x) = 0$$

$$\sum P_y = 0 \quad ; \quad F(V_{A1}, V_{A2}, V_{A3}, N_{A1}, N_{A2}, N_{A3}, P_y) = 0$$

$$\sum M_A = 0 \quad ; \quad F(M_{A1}, M_{A2}, M_{A3}, M_e) = 0$$

şartlarının sağlanması gerekir.

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı



Şekil 3.22 Dik iki çubuğun birleştiği bir düğüm noktası

Şekil 3.22’de görüldüğü gibi bir birine dik iki çubuğun birleştiği ve üzerinde dış yük bulunmayan bir düğüm noktasında

$$M_{A1} = M_{A2} ; V_{A1} = N_{A2} ; N_{A1} = -V_{A2}$$

olması gerekir.

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

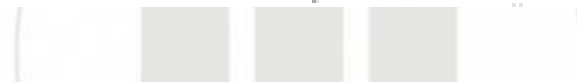
3.3.1 Mesnet Tepkileri

Mesnet tepkileri genel olarak kuvvet için R ve momentler için M harfi ile ve bulunduğu mesnedin adını ve tepkinin doğrultusunu belirten alt indislerle gösterilir. Doğrultular genelde düşey mesnet tepkileri için y veya V , yatay mesnet tepkileri için x veya H harfleri ile gösterilir. Bu kitapta x ve y harfleri ile gösterilmiştir. Buna göre R_{Ay} , A mesnedinin düşey mesnet tepkisini, R_{Ax} , A mesnedinin yatay mesnet tepkisini ve M_A , A mesnedinin moment mesnet tepkisini gösterir. Mesnet tepkilerinin yönü genel olarak mesnede doğru yönlenen veya x ve y yönlerindeki kuvvet mesnet tepkileri pozitif ve bakış yönündeki lifleri çekmeye çalıştıran veya saat akrebi yönünde döndüren moment mesnet tepkileri pozitif varsayılır. Bu kitapta mesnede doğru yönlenen R mesnet tepkileri ve bakış yönündeki lifleri çekmeye çalıştıran M mesnet momentleri pozitif kabul edilmiştir.

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

İzostatik sistemlerde mesnet tepkilerini hesaplariken, mümkün olduğu kadar az bilinmeyen, mümkünse bir bilinmeyen içeren ve daha önce hesaplanan bilinmeyenleri içermeyen eşitlikler elde edilecek şekilde denge ve mafsal şartları seçilmelidir. Çünkü o zaman mesnet tepkileri hem daha kısa ve hem daha az işlem yapılarak daha sağlıklı hesaplanır. Mesnet tepkileri hesaplandıktan sonra kullanılmayan denge veya mafsal şartları kullanılarak bulunan mesnet tepkilerinin doğruluğu kontrol edilir.

İzostatik düzlem sistemlerde mesnet tepkileri sistemde ara mafsalın bulunması ve bulunmaması durumuna göre aşağıda belirtildiği gibi hesaplanır.



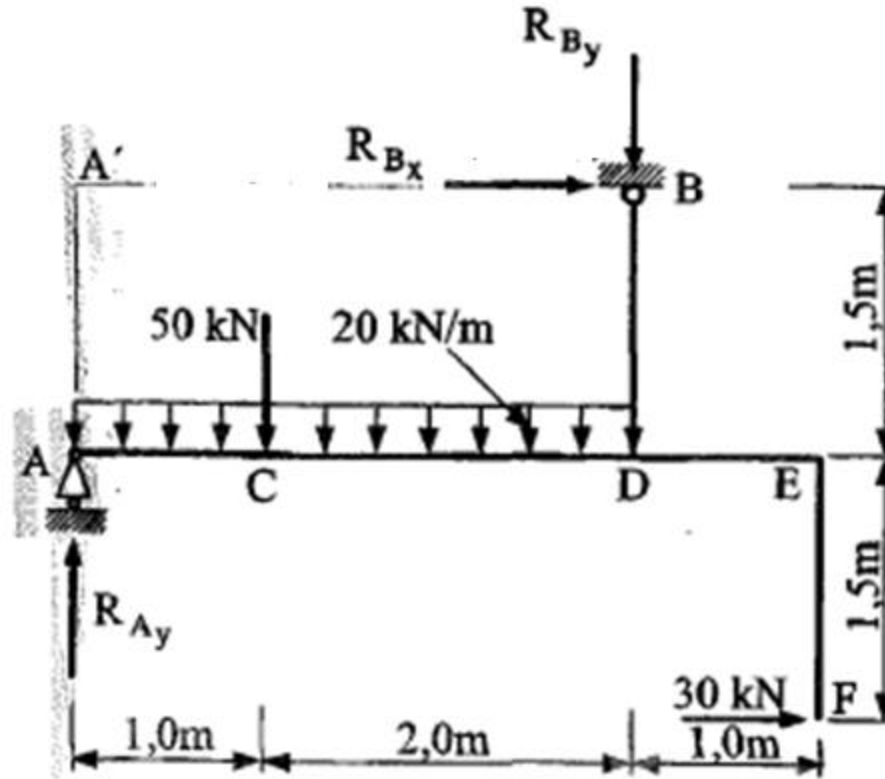
3.3.1.1 Ara mafsalsız sistemler

Bu tür sistemlerde mesnet tepkileri sadece uygun olarak seçilen üç denge şartından hesaplanır. Kullanılmayan diğer denge şartlarından da doğrulukları kontrol edilir. Konu aşağıda değişik örneklerle anlatılmaya çalışılmıştır.

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Örnek 3.6

Şekil 3.23'de yükleme durumu, boyutları verilen sistemin mesnet tepkilerini hesaplayınız.

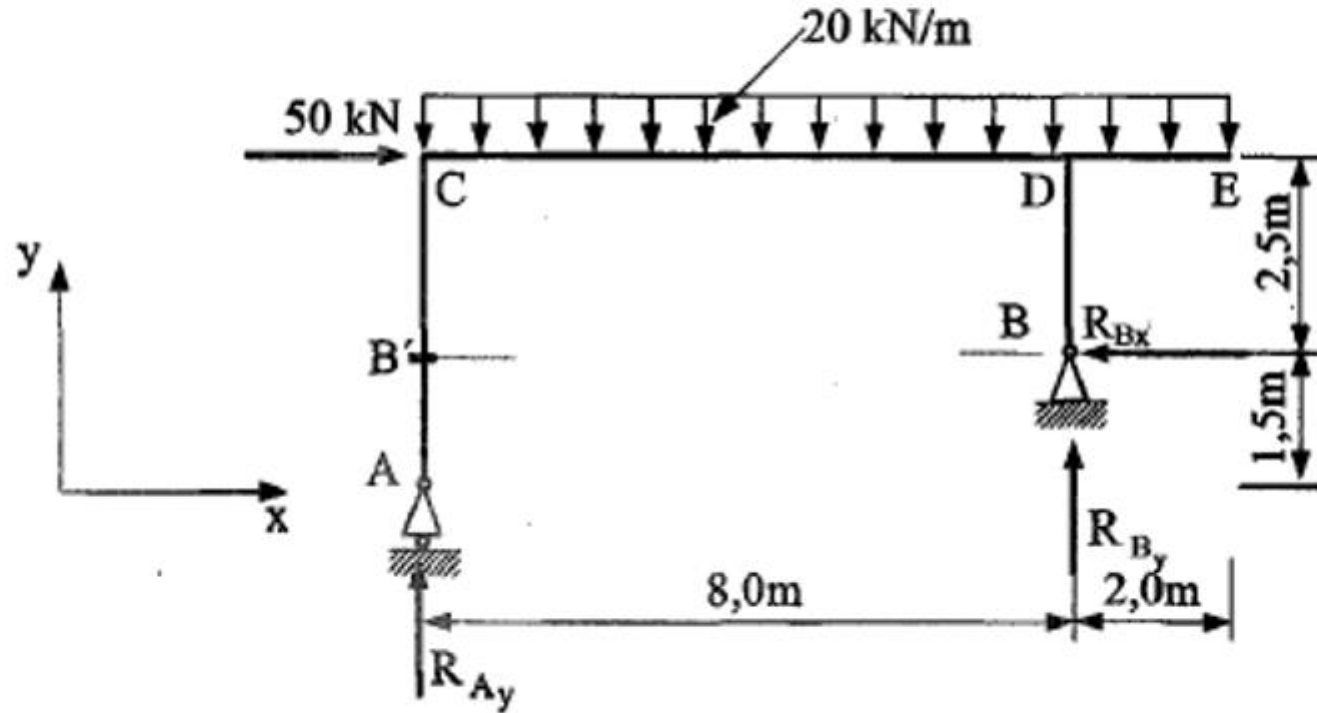


Şekil 3.23

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Örnek 3.8

Şekil 3.25'de yükleme durumu ve boyutları verilen sistemde mesnet tepkilerini hesaplayınız.



Şekil 3.25

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

3.4.1.2 Ara mafsallı sistemler

Ara mafsallı sistemlerde mesnet tepkilerinin ve mafsal kuvvetlerinin belirlenmesinde üç denge denklemi yanında, sistemde bulunan mafsal şartı sayısı kadar da ilave denge denklemi yazılır. Ayırma yöntemi en genel ve sonuca çabuk götüren bir yöntemdir.

Ayırma yönteminde sistem mafsallardan mafsal kuvvetleri ile beraber, eğer mümkünse her biri bir temel izostatik sistem teşkil edecek şekilde taşınan ve taşıyan sistem olarak ayrılır. Ayrılan her bir eleman bir serbest cisim olduğundan bunların her birinde üç denge şartı yazılır. Eğer sistem taşınan ve taşıyan sistemlere ayrılabiliriyorsa önce taşınan sistemdeki mesnet tepkileri ve mafsal kuvvetleri bulunur ve bunlar taşıyan sisteme dış kuvvet olarak etki ettirilir ve sonra taşıyan sistemin mesnet tepkileri bulunur.

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

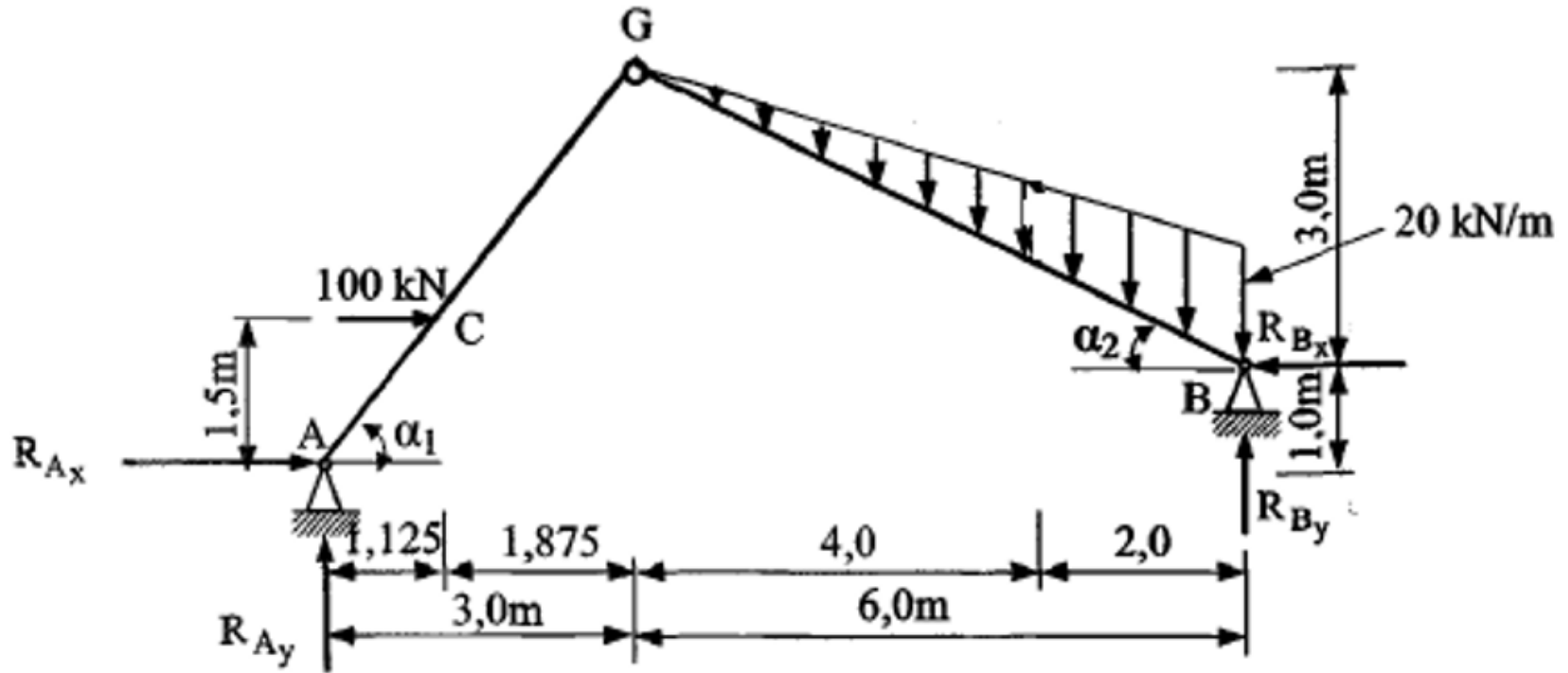
Bu yöntem mesnet tepkilerinin hesaplanmasında kolaylık ve çabuk çözüm sağlayabilir. Mesnet tepkilerinin bulunmasında sistemin tümünde ve ayrılan sistemlerin her birinde denge ve mafsallık şartı mümkün olduğu kadar az bilinmeyen, mümkünse bir bilinmeyen içerecek şekilde seçilmelidir. Ayrıca denge şartları mümkün olduğunca doğruluğu kontrol edilmeyen hesaplanmış mesnet tepkisi içermemelidir. Aşağıdaki örneklerde bazı sistemlerin mesnet tepkilerinin hesabı gösterilmiştir.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Örnek 3.10

Şekil 3.28'de yükleme durumu ve boyutları verilen üç mafsallı bir çerçevenin mesnet tepkilerini hesaplayınız.

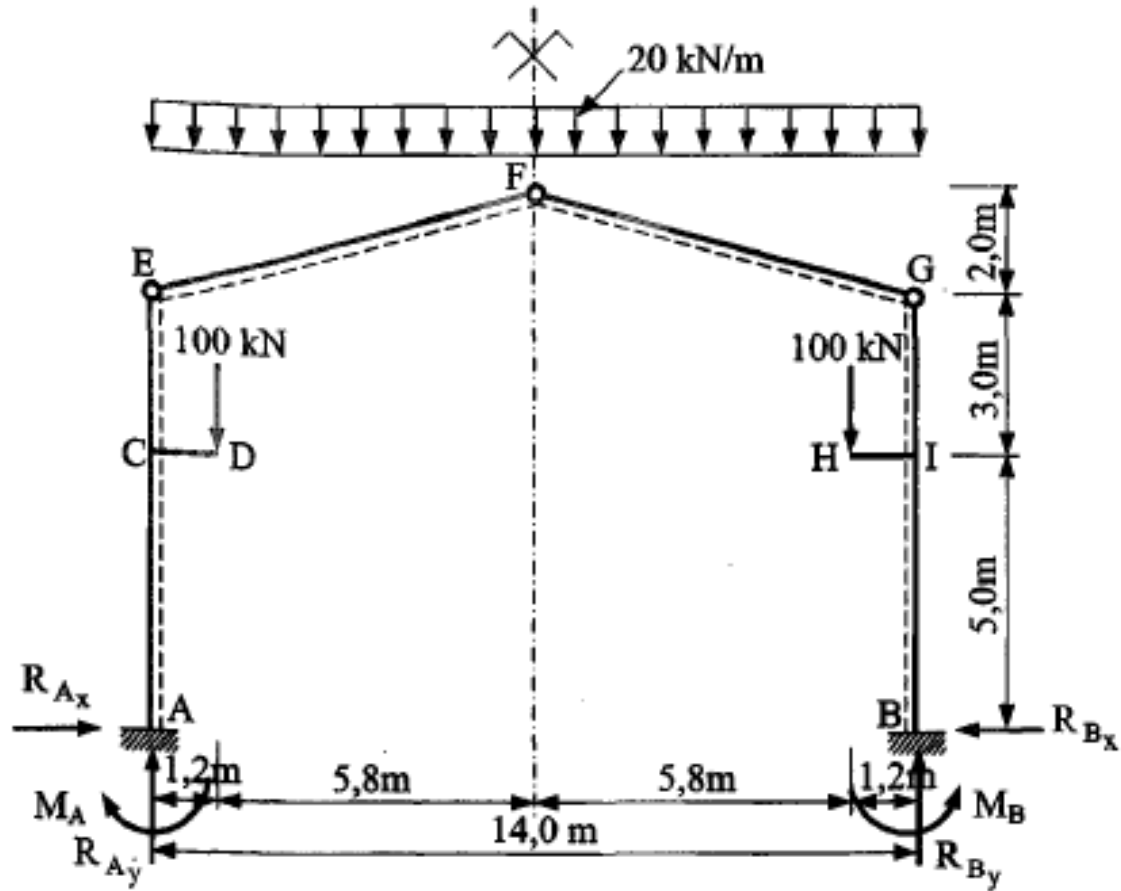


Şekil 3.28 Üç mafsallı çerçeve

ÖDEV

Örnek 3.11

Şekil 3.29'da boyutları ve yükleme durumu verilen sistemde mesnet tepkilerini hesaplayınız.



Şekil 3.29

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

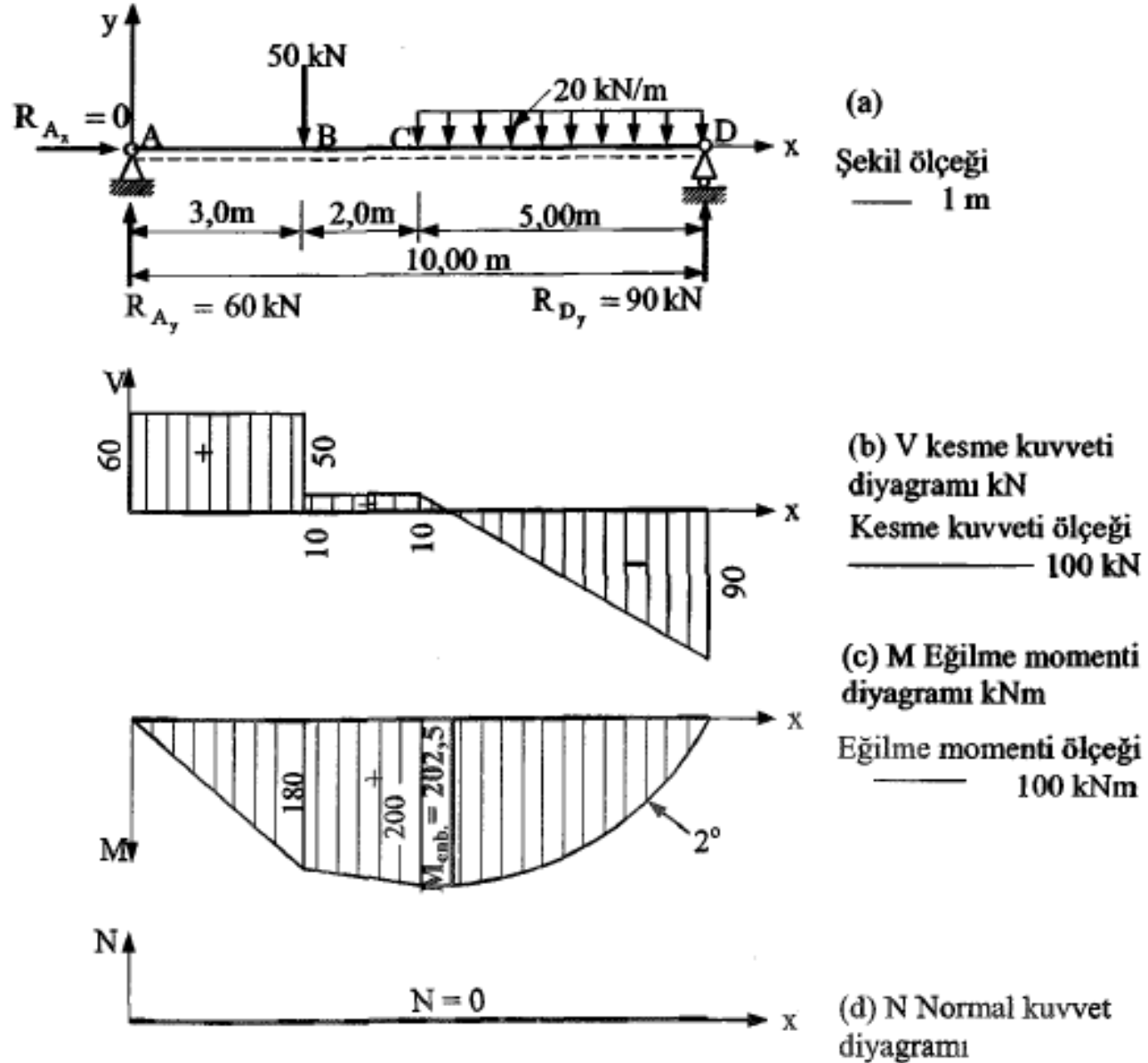
3.3.2.2 Kesim Yapılarak Tüm Sistem Üzerindeki Kesit Tesirleri Değişimlerinin Yazılması

Bu yöntemde, sistemde mesnet tepkileri hesaplandıktan sonra sistem üzerinde veya çubuk üzerinde bir koordinat sistemi seçilir ve kesim yapılarak geçerli olan her bölge için kesit tesirlerinin değişimi bulunur. Sonra kritik noktalarda ordinatın değeri yerine konularak kesit tesirleri hesaplanır. Bu yöntem aşağıdaki örnekler üzerinde açıklanacaktır.

Örnek 3.12

Şekil 3.36(a)'da boyutları ve yükleme durumu verilen sistemin kesit tesirlerini hesaplayınız ve diyagramlarını çiziniz.

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı



Şekil 3.36

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

3.3.2.3 Kritik Noktalardaki Kesit Tesirlerinin Doğrudan Denge Şartlarından Hesaplanması

Sistem her kritik kesitin sağından, solundan, alt kısmından veya üst kısmından kesilerek sırayla solda kalan, sağda kalan, üstte kalan ve altta kalan her bir kısım üzerinde denge şartları yazılarak kesit tesirleri doğrudan hesaplanabilir. Hangi parça üzerinde kuvvet daha az veya kesit tesirleri kolay ve daha çabuk bulunacaksa o parçanın dengesi göz önüne alınmalıdır. Ancak bu yöntem uygulanırken fazla işlem yapmamak için diferansiyel denklemlerin bulunmasından sonra çıkartılan sonuçların göz önünde bulundurulması problemin çözümüne hız kazandırır ve daha az hata, daha az işlem yapmasını sağlar.



3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Örneğin bir çubuk üzerinde yük yoksa bu çubuğun iki ucundaki kesme kuvveti ve normal kuvvet birbirine eşittir. Bir kesitte tekil kuvvet yoksa o kesitin sağında ve solunda tüm kesit tesirleri birbirine eşittir. Çubuk üzerinde bir kesitte sadece tekil moment etkiliyorsa o kesitin sağ ve solundaki kesme kuvvetleri ve normal kuvvetler birbirine eşittir. Çubuk eksenine paralel tekil kuvvet etkiliyorsa o kesitin sağ ve solundaki kesme kuvveti ve eğilme momenti, çubuk eksenine dik tekil kuvvet etkiliyorsa o kesitin sağ ve solunda normal kuvvet ve eğilme momenti birbirine eşittir.

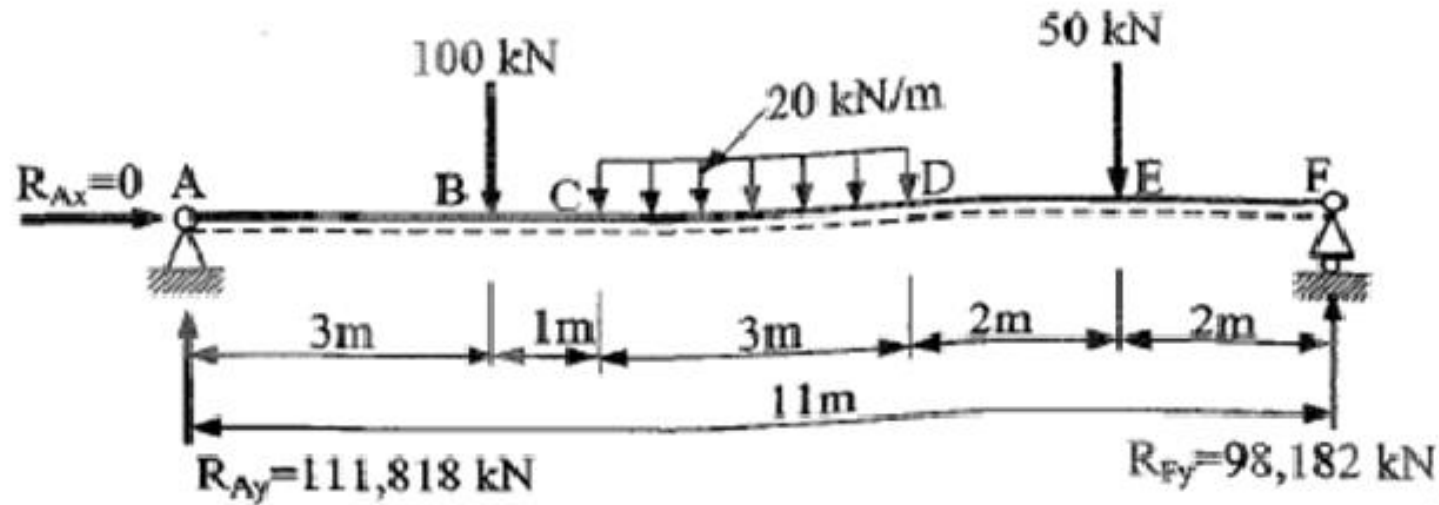
Örnek 3.13

Şekil 3.40(a)'da boyutları ve yükleme durumu verilen sistemin kesit tesirlerini hesaplayınız ve diyagramlarını çiziniz.

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Örnek 3.15

Şekil 3.47'de boyutları ve yükleme durumu verilen kirişte kesit tesirlerini hesaplayınız ve diyagramlarını çiziniz.

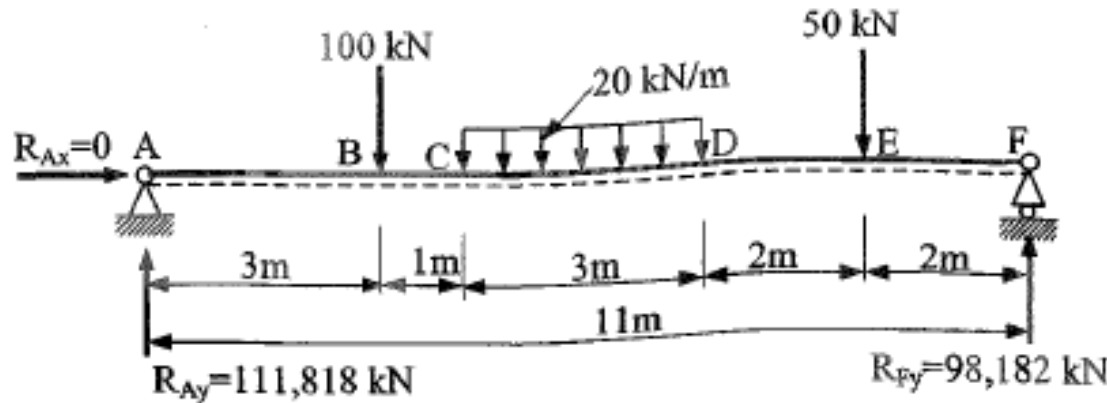


(a) Sistem

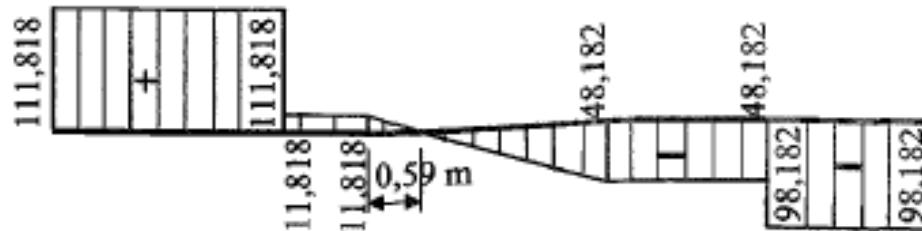
3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı

Örnek 3.15

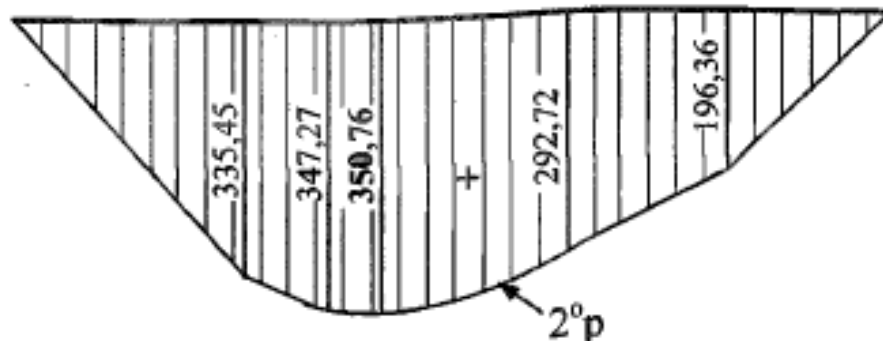
Şekil 3.47'de boyutları ve yükleme durumu verilen kirişte kesit tesirlerini hesaplayınız ve diyagramlarını çiziniz.



(a) Sistem



(b) V diyagramı
kN



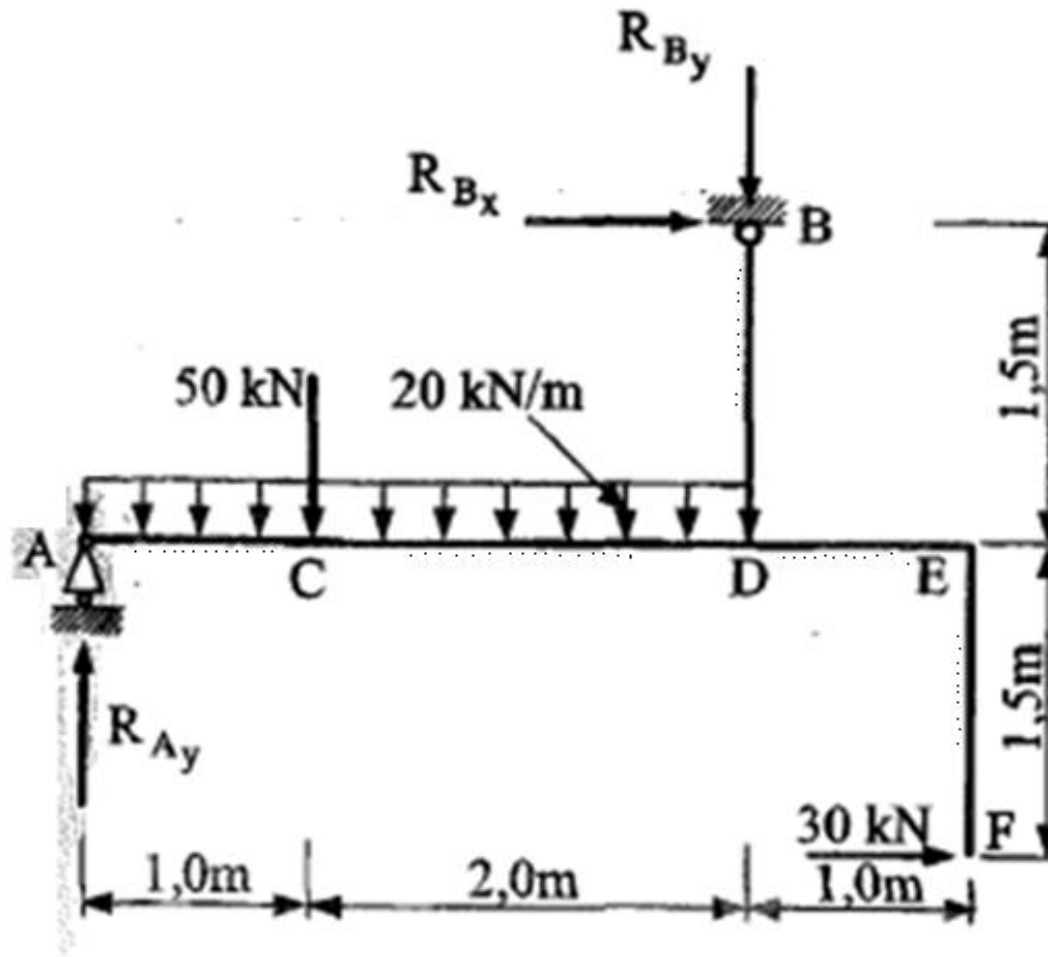
(c) M diyagramı
kNm

Şekil 3.47

ÖDEV

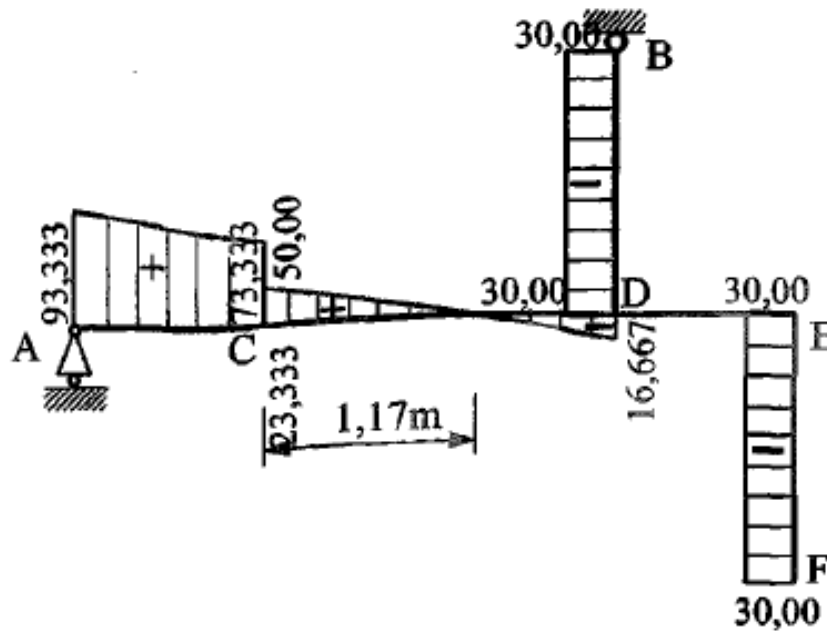
Örnek 3.16

Şekil 3.49(a)'da boyutları ve yükleme durumu verilen sistemin kesit tesirlerini hesaplayıp diyagramlarını çiziniz.

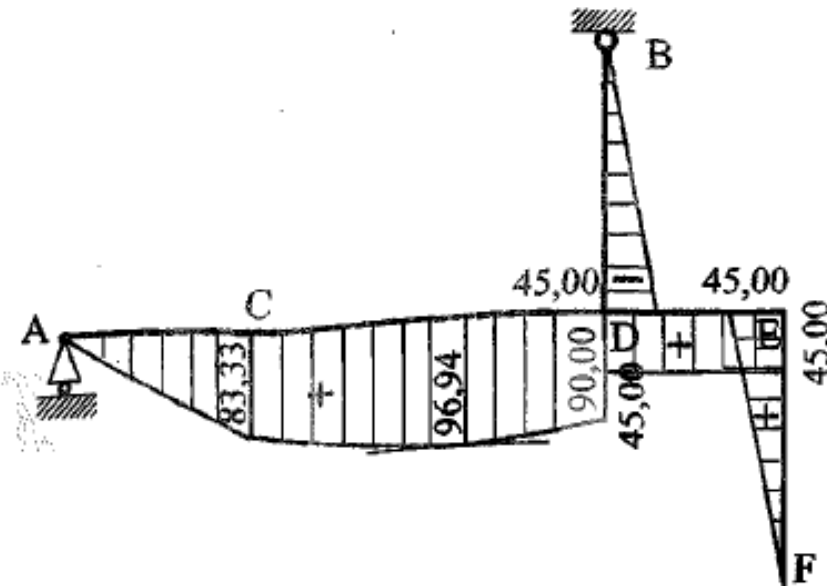


Şekil 3.49a

3. Bölüm: Düzlem Sistemlerin Sabit Yüklere Göre Hesabı



Şekil 3.49d Kesme kuvveti (V) diyagramı (kN)



Şekil 3.49e Eğilme momenti (M) diyagramı (kNm)